

SLOVENSKÁ ŠTATISTIKA a DEMOGRAFIA

SLOVAK STATISTICS
and DEMOGRAPHY

4/2023

ročník/volume 33

Recenzovaný vedecký časopis so zameraním na prezentáciu moderných štatistických a demografických metód a postupov.

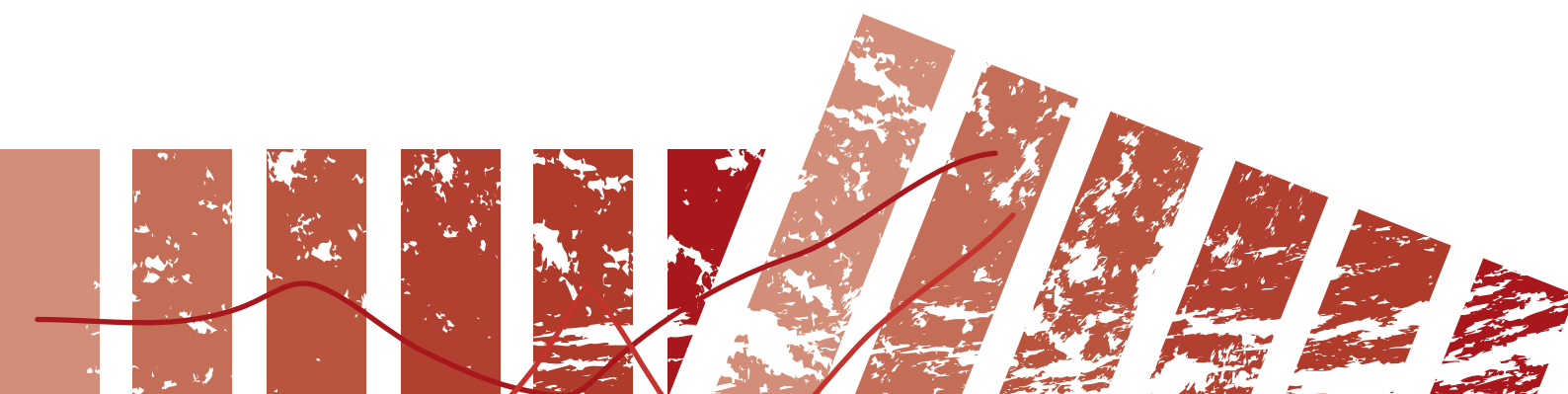
Scientific peer-reviewed journal focusing on the presentation of modern statistical and demographic methods and procedures.

Článok/Article: 2

Typ článku/Type of article: vedecký článok/scientific article

Strany/Pages: 20 – 40

Dátum vydania/Publication date: 15. október 2023/October 15, 2023



Milan TEREK
Vysoká škola manažmentu

CHARAKTERISTIKY VÝKONNOSTI PROCESU V METODOLÓGII SIX SIGMA

PROCESS PERFORMANCE CHARACTERISTICS IN SIX SIGMA METHODOLOGY

ABSTRAKT

V aplikáciách metodológie Six Sigma je pri hodnotení procesu nevyhnutné vhodne aplikovať charakteristiky výkonnosti procesu. Získané výsledky slúžia ako podklad pre rozhodovanie o projektoch Six Sigma. Cieľom príspevku je podať súhrnný prehľad týchto charakteristík s dôrazom na ich štatistický význam, prepojenia medzi nimi a spôsoby získavania dát na ich výpočet. Bude navrhnutý spôsob voľby rozsahu náhodného výberu a spôsob realizácie náhodného vyberania pri výpočte počtu nezhôd na milión príležitostí a budú uvedené interpretačné možnosti získaných výsledkov. Pochopenie štatistických súvislostí medzi charakteristikami výkonnosti procesu môže uľahčiť ich aplikácie v praxi. Aplikácia navrhnutého postupu pri náhodnom vyberaní môže umožniť presnejšie hodnotenia výkonnosti procesu.

ABSTRACT

In applying the Six Sigma methodology, it is essential to apply process performance characteristics when evaluating a process appropriately. The obtained results serve as a basis for decision-making on the Six Sigma projects. The aim of the paper is to provide a summary overview of these characteristics with an emphasis on their statistical significance, their interconnections, and the data collection methods for their calculation. The method of choosing the sample size and implementing a random sample when calculating the number of nonconformities per million opportunities will be proposed, and the interpretation possibilities of the obtained results will be presented. Understanding the statistical relationships among the process performance characteristics can facilitate their applications in practice. Applying the proposed random sampling procedure may facilitate more accurate evaluations of the process performance.

KĽÚČOVÉ SLOVÁ

Six Sigma, počet nezhôd na milión príležitostí, sigma úroveň kvality, tvorba náhodného výberu

KEYWORDS

Six Sigma, nonconformities per million opportunities, sigma quality level, creating a random sample

1. ÚVOD

Six Sigma je štruktúrovaný program alebo metodológia zlepšovania kvality vo všetkých aspektoch produktov firmy [8, s. xii]. V [15, s. 28] sa uvádza, že Six Sigma sa zameriava na znižovanie variability kľúčových charakteristík kvality produktu na úroveň, pri ktorej sú chyby alebo nezhody¹ extrémne nepravdepodobné. V [13, s. 1] je Six Sigma definovaná ako štruktúrovaný prístup, ktorý kombinuje chápanie potrieb zákazníka, racionálne využívanie štatistických metód zberu a analýzy dát a starostlivý

¹ Nezhodu možno definovať ako odchýlku od špecifikácie, normy alebo očakávania.

manažment procesov s cieľom zlepšovať podnikateľskú výkonnosť. Pojem Six Sigma sa prvýkrát objavil v polovici 80. rokov minulého storočia v technickom dokumente firmy Motorola s názvom *Six sigma mechanical design tolerance*. Hlavným cieľom Motoroly bolo znižovanie variability a počtu nezhôd. Za hlavný dôvod úspechu a popularity tejto metodológie v súčasnosti sa považuje využívanie rigorózneho metodológie na identifikáciu a elimináciu zdrojov variability [20, s. 9].

Prístup Six Sigma je projektovo orientovaný a zameraný na strategické ciele podnikania organizácie. Základnou filozofiou je zvyšovanie spokojnosti zákazníkov prostredníctvom eliminácie nezhôd a ich predchádzaniu a v dôsledku toho aj zvyšovanie ziskovosti podnikania. Hlavným účelom projektu Six Sigma je vyriešiť daný problém a tak prispieť k plneniu obchodných cieľov organizácie. Prístup využíva hlavne štatistické nástroje a odporúča sa jeho zosúladiť s plánmi manažmentu rizík a so všetkými inými aktivitami zameranými na prevenciu nezhôd.

S aktivitami Six Sigma je spojená procedúra DMAIC, ktorá zahŕňa päť fáz: definovať, merať, analyzovať, zlepšovať a kontrolovať. Vo fáze definovať treba identifikovať a definovať problém, na ktorom sa má pracovať. Vo fáze merať ide o meranie aktuálnej výkonnosti procesu, ktorý sa má zlepšiť. Vo fáze analyzovať sa majú zistiť hlavné príčiny nízkej výkonnosti. Fáza zlepšovať je zameraná na testovanie a štúdium potenciálnych riešení na vytvorenie robustného zlepšeného procesu. Napokon vo fáze kontrolovať sa zlepšený proces kontroluje prostredníctvom aplikácie štandardizovaného procesu, ktorý možno prevádzkovať a priebežne zdokonaľovať tak, aby bola zlepšená výkonnosť udržateľná v čase.

Hlas zákazníka (VOC – *voice of customer*) by mal poskytovať stálu spätnú väzbu počas celého trvania projektu Six Sigma. V kontexte projektu Six Sigma to môže byť sponzor projektu, interný alebo externý zákazník. Je dôležité, aby sa každý projekt Six Sigma začínal potrebami a očakávaniami zákazníkov. Následne by sa mali v každej fáze riešenia kontrolovať prebiehajúce aktivity projektu, aby sa potvrdilo, že sme sa neodchýlili od pôvodných očakávaní zákazníkov. Metodika Six Sigma by mala byť zameraná okrem spokojnosti zákazníkov aj na finančnú efektívnosť a bezpečnosť. Vo všetkých prípadoch by sa mal ako prvý krok vytvoriť účtovný model na vyhodnotenie finančnej prijateľnosti projektu. Výkonnosť skúmaného projektu by sa mala posudzovať z hľadiska efektívnosti pre zákazníka alebo na podnikanie.

Veličiny ktoré môžu ovplyvniť kvalitu finálneho produktu, sa súhrnne nazývajú charakteristiky kritické pre kvalitu (CTQCs – *critical-to-quality characteristics*). Ide o merateľné charakteristiky produktu alebo služby, ktorých výkonnosťné normy alebo tolerančné hranice musia byť splnené, aby boli splnené požiadavky VOC. Podľa [9] predstavujú vlastnosti produktu alebo služby definované zákazníkom (interným alebo externým).

V článku si podrobnejšie všimneme fázu merať (*measure*) procedúry DMAIC, hlavne najdôležitejšie charakteristiky výkonnosti procesu. Vyjdeme z objasnenia štatistického významu Six Sigma a z modelu na meranie sigma úrovne kvality. Uvedieme spôsob výpočtu základnej charakteristiky výkonnosti procesu – počet nezhôd na milión príležitostí, všimneme si súvislosť medzi týmto ukazovateľom a sigma úrovňou kvality a opíšeme aj niektoré alternatívne možnosti určenia sigma úrovne kvality procesu na základe vypočítaného počtu nezhôd na milión príležitostí.

Pochopenie štatistických súvislostí medzi charakteristikami výkonnosti procesu môže uľahčiť ich aplikácie v praxi.

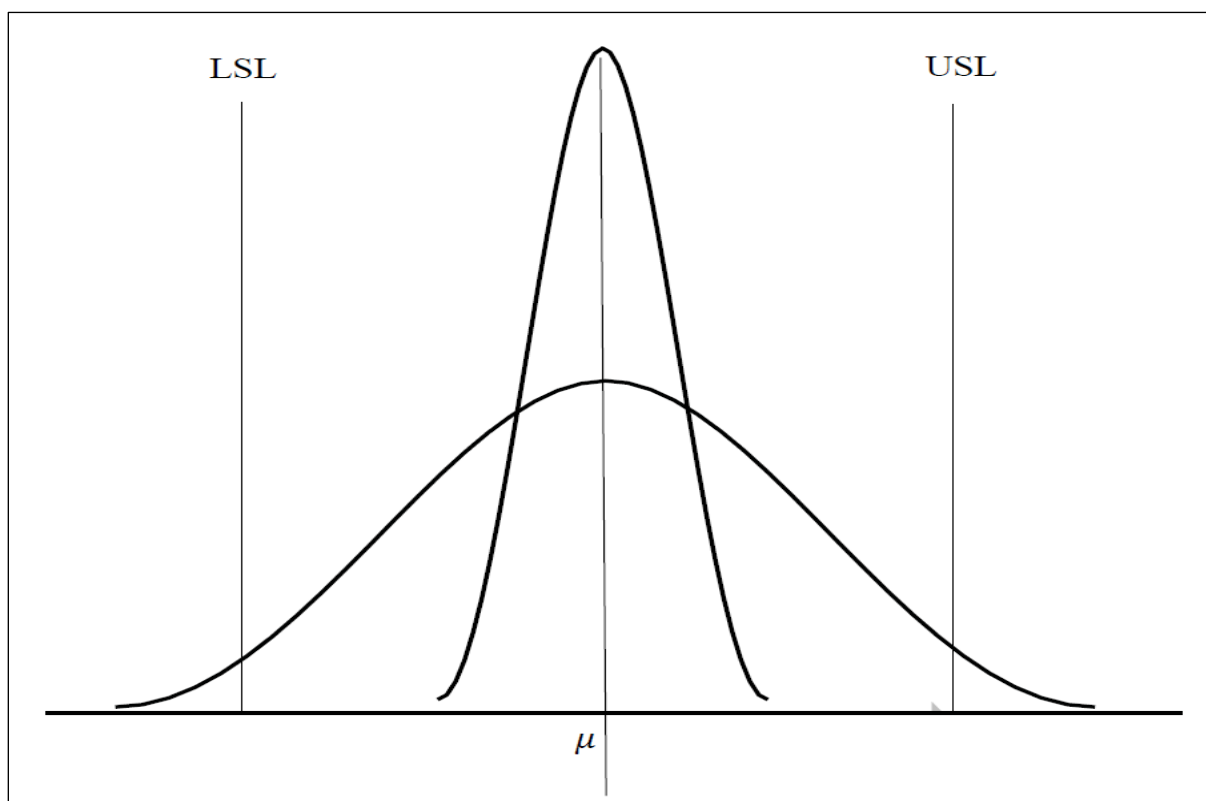
Pri výpočte výberového počtu nezhôd na milión príležitostí je nevyhnutné určiť rozsah výberu a spôsob vyberania. V [6], [19] sa napríklad uvádza len veľmi všeobecné pravidlo, že rozsah výberu by mal byť dostatočne malý, aby sa dal dobre zvládnuť, a zároveň dostatočne veľký, aby zachytil všetky špecifiká procesu. V [6] je uvedené: Uistite sa, že máte dostatočne veľký výber na to, aby sa mohli objaviť nezhody. Podrobnejšie návody na tvorbu výberu sa v literatúre neuvádzajú. V článku si podrobne všimneme problém spôsobu tvorby výberu, ktorý poskytne dáta na výpočet výberového počtu nezhôd na milión príležitostí, určenie jeho charakteru a rozsahu. Aplikácia navrhnutých postupov pri tvorbe výberu môže umožniť presnejšie a spoľahlivejšie hodnotenia výkonnosti procesu, čo môže viesť k prijímaniu lepších rozhodnutí o projektoch Six Sigma. Napokon uvedieme niektoré ďalšie charakteristiky výkonnosti procesu.

2. ŠTATISTICKÝ VÝZNAM SIX SIGMA A MODEL NA MERANIE SIGMA ÚROVNE KVALITY

Uvažujme najprv o jedinej charakteristike kritickej pre kvalitu produktu, resp. o jednoduchom procese, ktorý sa skladá z jediného kroku. Predpokladajme, že má normálne rozdelenie². Keď je jej hodnota vnútri tolerančných hraníc – LSL (*lower specification limit* – dolná tolerančná hranica) a USL (*upper specification limit* – horná tolerančná hranica), produkt je zhodný, keď nie je, produkt je nezgodný. Nech je cieľová hodnota charakteristiky kritickej pre kvalitu v strede tolerančného poľa. Na obrázku č. 1 sú grafy funkcie hustoty tejto charakteristiky, keď je centrovaná v strede tolerančného poľa. Prvý, menej špicatý graf je graf funkcie hustoty charakteristiky s normálnym rozdelením, so strednou hodnotou μ a so smerodajnou odchýlkou σ_1 , Druhý, špicatejší graf je graf funkcie hustoty tejto charakteristiky s normálnym rozdelením, so strednou hodnotou μ a so smerodajnou odchýlkou σ_2 , pričom $\sigma_2 < \sigma_1$. Plocha pod krivkami mimo tolerančných hraníc reprezentuje podiel nezgodných produktov. Je zrejmé, že keď sa variabilita charakteristiky zmenší zo σ_1 na σ_2 , zmenší sa aj podiel nezgodných produktov, ako to vidieť na obrázku č. 1.

Na obrázku č. 1 je stredná hodnota procesu μ v strede tolerančného poľa – rovná sa cieľovej hodnote. Pri návrhu koncepcie Six Sigma bol prijatý predpoklad, že stredná hodnota procesu je posunutá od cieľovej hodnoty o 1,5 smerodajnej odchýlky doprava alebo doľava. Je známe že výkonnosť procesu možno spoľahlivo predpovedať len vtedy, keď je proces stabilný, to znamená keď sa parametre rozdelenia pravdepodobnosti sledovanej charakteristiky v čase nemenia. V praxi sa však v procese môžu vyskytnúť poruchy, ktoré spôsobujú, že stredná hodnota procesu sa nerovná cieľovej hodnote. Podľa [2, s. 21], z dlhodobého hľadiska môže akumulácia malých posunov strednej hodnoty procesu viesť v najmenej priaznivom prípade k posunu strednej hodnoty procesu o 1,5 smerodajnej odchýlky doprava alebo doľava od cieľovej hodnoty. Podľa [10] je 1,5 sigma hodnotou odhadu posunu strednej hodnoty procesu medzi krátkym a dlhým obdobím.

² Metodológia Six Sigma využíva aproximatívne distribučné funkcie normálneho a Poissonovho rozdelenia, pričom ich využívanie je skôr matematickou nevyhnutnosťou ako prostou voľbou.

Obrázok č. 1: Grafy funkcie hustoty charakteristiky kritickej pre kvalitu pri jej odlišnej variabilite

Zdroj: *vlastné spracovanie autora*

Predpokladajme, že proces je regulovaný pomocou Shewhartových regulačných diagramov³. Je známe, že Shewhartove regulačné diagramy sú relatívne málo citlivé na malé posuny procesu, rádovo okolo 1,5 smerodajnej odchýlky alebo menej [15, s. 414]. To znamená, že v praxi sa často môžu vyskytovať situácie, že proces v nejakom kratšom období pracuje s posunom strednej hodnoty až o 1,5 smerodajnej odchýlky bez toho, že by sme dostali signál o narušení jeho stability. Proces teda v čase posunu strednej hodnoty o 1,5 smerodajnej odchýlky sa môže istý čas považovať za stabilný. Preto sa v koncepcii Six Sigma modeluje práve takéto správanie procesu. Ako všetky modely, ani tento určite nie je úplne presný, ale osvedčil sa ako vhodný pri úvahách o výkonnosti procesu⁴.

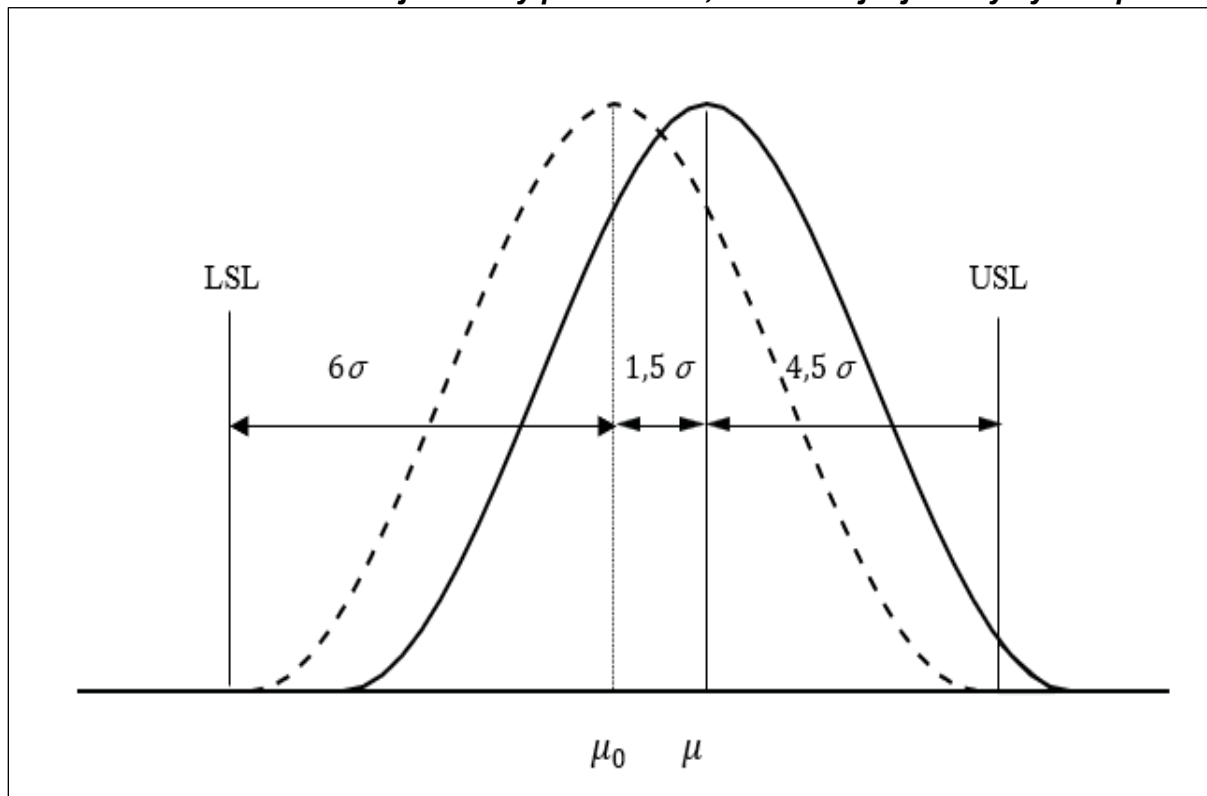
Na obrázku č. 2 je zobrazený graf funkcie hustoty procesu s normálnym rozdelením, so strednou hodnotou μ_0 a takou smerodajnou odchýlkou σ , že vzdialenosť medzi strednou hodnotou μ_0 a každou z tolerančných hraníc je 6σ spolu s posunom tohto grafu o $1,5\sigma$ doprava (stredná hodnota vzrástla z μ_0 na μ).

Všimnime si, ako možno počítať podiel zhodných jednotiek. Nech má charakteristika X normálne rozdelenie so strednou hodnotou $\mu = \mu_0 + 1,5\sigma$, kde μ_0 je cieľová hodnota charakteristiky v strede tolerančného poľa a so smerodajnou odchýlkou σ .

³ Podrobnejšie o Shewhartových regulačných diagramoch pozri v [15, 21].

⁴ Niektorí autori tento štandardný posun hodnotia ako „penalty value“, pretože neberie do úvahy skutočný stav zmeny strednej hodnoty v dlhom období.

Obrázok č. 2: Posun strednej hodnoty procesu o 1,5 smerodajnej odchýlky σ doprava



Zdroj: vlastné spracovanie

Všeobecne, horná a dolná tolerančná hranica USL a LSL sú:

$$\begin{aligned} \text{USL} &= \mu_0 + z\sigma \\ \text{LSL} &= \mu_0 - z\sigma \end{aligned}$$

kde z je hodnota náhodnej premennej Z s normovaným normálnym rozdelením a určuje počet smerodajných odchýlok σ , ktorý indikuje sigma úroveň kvality⁵. Napríklad pre $z = 3$, ide o tri sigma kvalitu, pre $z = 6$, o šesť sigma kvalitu a podobne. Pravdepodobnosť, že jednotka je zhodná je:

$$P(\text{LSL} \leq X \leq \text{USL})$$

Pri predpoklade, že $\mu = \mu_0 + 1,5\sigma$, budeme normovať USL a LSL:

$$z_{\text{USL}} = \frac{\mu_0 + z\sigma - (\mu_0 + 1,5\sigma)}{\sigma} = z - 1,5$$

$$z_{\text{LSL}} = \frac{\mu_0 - z\sigma - (\mu_0 + 1,5\sigma)}{\sigma} = -z - 1,5 = -(z + 1,5)$$

kde z_{USL} , z_{LSL} sú hodnoty náhodnej premennej Z s normovaným normálnym rozdelením.

⁵ Je známe, že každá hodnota z náhodnej premennej Z s normovaným normálnym rozdelením je vzdialenosť od strednej hodnoty meraná v smerodajných odchýlkach.

Zrejme:

$$\begin{aligned} P(LSL \leq X \leq USL) &= P(z_{LSL} \leq Z \leq z_{USL}) = P(-(z + 1,5) \leq Z \leq z - 1,5) = \\ &= P(Z \leq z - 1,5) - P(Z \leq -(z + 1,5)) = P(Z \leq z - 1,5) - P(Z \geq (z + 1,5)) = \\ &= P(Z \leq z - 1,5) - [1 - P(Z \leq (z + 1,5))] = \\ &= P(Z \leq z - 1,5) - 1 + P(Z \leq (z + 1,5)) = \Phi(z - 1,5) - 1 + \Phi(z + 1,5) \end{aligned}$$

kde Φ je distribučná funkcia normovaného normálneho rozdelenia. Jej hodnoty v rozličných bodoch budeme hľadať pomocou funkcie NORM.S.DIST v Exceli (postup pozri v [23, s. 39 – 40]).

Potom pravdepodobnosť, že jednotka je nezhodná je:

$$\begin{aligned} P(X \leq LSL) + P(X \geq USL) &= 1 - P(LSL \leq X \leq USL) = \\ &= 2 - \Phi(z - 1,5) - \Phi(z + 1,5) \end{aligned}$$

Rovnaký výsledok dostaneme pre $\mu = \mu_0 - 1,5\sigma$. Pravdepodobnosti, že jednotka je nezhodná budeme pre všetky $z > 0$ počítať podľa vzťahu:

$$2 - \Phi(z - 1,5) - \Phi(z + 1,5) \quad (1)$$

Všimnime si napríklad, ako možno vypočítať pravdepodobnosť, že jednotka je nezhodná pri tri sigma kvalite (pre $z = 3$), keď je stredná hodnota procesu posunutá od cieľovej hodnoty o 1,5 smerodajnej odchýlky doprava alebo doľava.

$$\begin{aligned} 2 - \Phi(z - 1,5) - \Phi(z + 1,5) &= 2 - \Phi(3 - 1,5) - \Phi(3 + 1,5) = 2 - \Phi(1,5) - \Phi(4,5) = \\ &= 2 - 0,933192799 - 0,999996602 = 0,066810599 \end{aligned}$$

Podiel nezhodných jednotiek je 6,6810599 %, čo je 66 810,599 nezhodných na milión jednotiek.

Pri štyri sigma kvalite je pravdepodobnosť, že jednotka je nezhodná:

$$2 - \Phi(2,5) - \Phi(5,5) = 2 - 0,993790335 - 0,999999981 = 0,006209684$$

Podiel nezhodných jednotiek je 0,6209684 %, čo je 6 209,684 nezhodných na milión jednotiek.

Pri päť sigma kvalite je pravdepodobnosť, že jednotka je nezhodná:

$$2 - \Phi(3,5) - \Phi(6,5) = 2 - 0,999767371 - 1 = 0,000232629$$

Podiel nezhodných jednotiek je 0,0232629 %, čo je 232,629 nezhodných na milión jednotiek.

Napokon pri šesť sigma kvalite máme pravdepodobnosť že jednotka je nezhodná:

$$2 - \Phi(4,5) - \Phi(7,5) = 2 - 0,999996602 - 1 = 0,000003398$$

Podiel nezhodných jednotiek je 0,0003398%, čo je 3,398 nezhodných na milión jednotiek.

Pravdepodobnosť že jednotka je zhodná možno vypočítať ako (1 – pravdepodobnosť že jednotka je nezhodná). Všetky výsledky sú v tab. č. 1.

Tabuľka č. 1: Sigma úrovne kvality

Sigma úroveň kvality	Pravdepodobnosť, že jednotka je nezhodná	Podiel nezhodných jednotiek (%)	Počet nezhodných na milión jednotiek	Pravdepodobnosť, že jednotka je zhodná
3 σ	0,066810599	6,6810599	66 810,599	0,933189401
4 σ	0,006209684	0,6209684	6 209,684	0,993790316
5 σ	0,000232629	0,0232629	232,629	0,999767371
6 σ	0,000003398	0,0003398	3,398	0,999996602

Zdroj: vlastné spracovanie

Tabuľku možno, samozrejme, podľa potreby rozšíriť⁶. Vráťme sa ešte raz k problému posunu strednej hodnoty o 1,5 smerodajnej odchýlky. Pri úrovni kvality 6 σ by podľa tohto modelu bolo približne 3,4 nezhodných na jeden milión jednotiek. Keď však uvažujeme o posune strednej hodnoty, proces nie je stabilný. Výkonnosť procesu možno spoľahlivo predpovedať len keď je proces stabilný – keď sa stredná hodnota a smerodajná odchýlka v čase nemenia⁷. Ak sa ale stredná hodnota v čase mení, nemožno hodnotu odhadu približne 3,4 nezhodných na jeden milión jednotiek považovať za veľmi spoľahlivú [15, s. 29]. Presnejší model však zatiaľ nie je k dispozícii.

3. CHARAKTERISTIKY VÝKONNOSTI PROCESU A ÚROVNE KVALITY

Uvedieme niektoré charakteristiky výkonnosti procesu. Stimulom na zlepšenie procesu sú najčastejšie tieto tri charakteristiky. Prvou je miera návratnosti RR (*return rate*), ktorá je definovaná ako počet vrátení alebo žiadostí o vrátenie produktu za určité obdobie, napr. mesiac, vydelený počtom expedovaných produktov. Ďalšou charakteristikou je počet hlásení problémov NPR (*number of problem reports*), ktorý je definovaný ako počet správ o problémoch s kvalitou produktu zaslaných zákazníkmi počas určitého obdobia, napríklad mesiaca. Bežne sa sleduje aj včasnosť dodania OTD (*on-time delivery*), ktorá meria včasnosť dodávok zákazníkovi. Definuje sa ako percento objednávok, ktoré sú doručené na miesta zákazníkov v súlade s ich požiadavkami. Nepretržité sledovanie týchto charakteristík naznačí, do akej miery ich treba zlepšiť [10]. Charakteristika náklady na nízku kvalitu COPQ (*cost of poor quality*) zachytáva náklady na odstraňovanie nezhôd, ktoré vznikli v dôsledku interných alebo externých príčin. V tomto príspevku si podrobnejšie všimneme charakteristiky výkonnosti procesu, ktorých výpočet je založený na dátach z náhodného výberu⁸.

3.1. POČET NEZHÔD NA MILIÓŇ PRÍLEŽITOSTÍ

Jeden finálny produkt (jednotka) sa bežne vyznačuje veľkým množstvom charakteristík kritických pre kvalitu alebo jeho produkcia prechádza viacerými krokmi procesu výroby. Sigma úroveň kvality pre rozličný počet charakteristík kritických

⁶ V tabuľke sa uvažuje o hornej aj dolnej tolerančnej hranici.

⁷ Myslí sa štatistická stabilita procesu.

⁸ Neuvažujeme o 100 % kontrole. Analýza možností využívania Six Sigma v tomto prípade by vyžadovalo samostatnú štúdiu.

pre kvalitu možno odhadovať pomocou ukazovateľa DPMO – počet nezhôd na milión príležitostí (*defects [nonconformities] per million opportunities*), ktorého hodnota vo výberovom súbore sa podľa [10] vypočíta takto:

$$DPMO = \frac{c}{n_{\text{units}} \cdot n_{CTQC}} \cdot 1\,000\,000 = DPO \cdot 1\,000\,000 \quad (2)$$

kde DPMO je výberový počet nezhôd na milión príležitostí⁹,
 c – celkový počet nezhôd vo výbere,
 n_{units} – rozsah výberu,
 n_{CTQC} – počet charakteristík kritických pre kvalitu,
 $n_{\text{units}} \cdot n_{CTQC}$ – celkový počet príležitostí,
 DPO – výberový priemerný počet nezhôd na jednu príležitosť.

Pre organizáciu ktorá chce aplikovať metodológiu Six Sigma, ide o jeden z najdôležitejších ukazovateľov.

Vráťme sa k pravdepodobnostnému modelu jednej charakteristiky kritickkej pre kvalitu – normálne rozdelenie so strednou hodnotou μ posunutou o 1,5 smerodajnej odchýlky doprava alebo doľava od cieľovej hodnoty μ_0 a so smerodajnou odchýlkou σ . Z tohto modelu sme vychádzali pri výpočte počtu nezhodných na milión jednotiek, ktoré sú vo štvrtom stĺpci tabuľky 1. Uvažujeme o jedinej charakteristike kritickkej pre kvalitu a podľa nej delíme jednotky na zhodné a nezahodné.

Uvažujme teraz namiesto jednotiek o príležitostiach na vznik nezhody. Každá príležitosť na vznik nezhody generuje alebo negeneruje jednu nezhodu. Uvažujme o rozdelení pravdepodobnosti nejakého hypotetického ukazovateľa kvality, ktorého hodnoty súhrnne zohľadňujú všetky uvažované charakteristiky kritické pre kvalitu. Nech je rozdelenie pravdepodobnosti tohto ukazovateľa rovnaké ako predtým – normálne so strednou hodnotou μ posunutou o 1,5 smerodajnej odchýlky σ doprava alebo doľava od cieľovej hodnoty μ_0 . Potom môžeme v tabuľke 1 zmeniť názvy stĺpcov od druhého po šiesty, takto: pravdepodobnosť, že príležitosť generuje nezhodu, podiel príležitostí, ktoré generujú nezhodu (%), počet príležitostí, ktoré generujú nezhodu na milión príležitostí, čo je rovnaké ako počet nezhôd na milión príležitostí (DPMO), Pravdepodobnosť, že príležitosť negeneruje nezhodu. Čísla vnútri tabuľky č. 1 zostanú nezmenené. Keď poznáme počet nezhôd na milión príležitostí, možno v takto modifikovanej tabuľke č. 1 nájsť príslušnú sigma úroveň kvality. Uvažovaný pravdepodobnostný model teda možno použiť na odhadovanie sigma úrovne kvality na základe vypočítanej hodnoty DPMO.

V modifikovanej tabuľke č. 1 si všimneme len prvý a štvrtý stĺpec a rozšírime ju tak, že budeme uvažovať o hodnotách $z = 2; 2,5; 3; 3,5; \dots, 6$. Výsledky sú v tabuľke č. 2¹⁰. V praxi sa najprv podľa vzťahu (2) vypočíta hodnota DPMO, potom sa v tabuľke 2 nájde zodpovedajúca približná sigma úroveň kvality.

Príklad č. 1. – Finálny produkt má 4 charakteristiky kritické pre kvalitu. Náhodne sa vybralo 100 finálnych produktov. Kontrolou sa na nich zistilo 7 nezhôd. Vypočítame

⁹ Myslia sa príležitosti na vznik nezhody.

¹⁰ Podrobnejšie tabuľky možno nájsť napríklad v [4] (Tabuľka S), [16] (Tabuľka T1).

DPMO podľa vzťahu (2):

$$\text{DPMO} = \frac{7}{100 \cdot 4} \cdot 1\,000\,000 = 0,0175 \cdot 1\,000\,000 = 17\,500$$

Vypočítanou hodnotou odhadneme hodnotu DPMO v základnom súbore. Keď výsledok porovnáme s hodnotami DPMO v tabuľke 2, vidno, že produkujeme medzi úrovňami 3,5 a 4 sigma. Hodnota 17 500 sa menej líši od hodnoty 22 750,419 ako od hodnoty 6 209,684. Môžeme prijať záver, že produkujeme približne na úrovni 3,5 sigma kvality.

Tabuľka č. 2: Sigma úroveň kvality (sigma skóre z) a DPMO

Sigma úroveň kvality (sigma skóre z)	Počet nezhôd na milión príležitostí DPMO
2	308 770,168
2,5	158 686,925
3	66 810,599
3,5	22 750,419
4	6 209,684
4,5	1349,899
5	232,629
5,5	31,671
6	3,398

Zdroj: vlastné spracovanie autora

V [10] v prílohe 1 na s. 28 – 29 je tabuľka A.1 — Sigma scores, v ktorej sú vypočítané hodnoty DPMO pre úrovne sigma kvality od 0 do 6, v členení po 0,01. Treba poznamenať, že hodnoty v tabuľke nie sú založené na výpočte pravdepodobnosti, že jednotka je nezhodná, podľa vzťahu (1). Vychádzajú z výpočtu pravdepodobnosti, že jednotka je nezhodná vzhľadom na hornú tolerančnú hranicu. Počítajú:

$$P(X \geq \text{USL}) = P(Z \geq z_{\text{USL}}) = P(Z \geq (z - 1,5)) = 1 - P(Z \leq (z - 1,5)) = 1 - \Phi(z - 1,5)$$

Výsledky v tabuľke A.1 sa len mierne líšia od výsledkov získaných na základe výpočtu pravdepodobnosti, že jednotka je nezhodná podľa vzťahu (1). Napríklad pre $z = 2$ je v tabuľke A.1 výsledok 308 538, v tabuľke č. 2 máme výsledok 308 770,168. Napríklad pre $z = 3$ je v tabuľke A.1 výsledok 66 807, v tabuľke č. 2 je 66 810,599 a podobne. Tieto malé rozdiely však prakticky neovplyvnia hodnotu odhadu sigma skóre. Pri hľadani sigma skóre v príklade 1, možno v tabuľke A.1 nájsť hodnotu 17 429, ktorá sa najmenej líši od vypočítaného DPMO = 17 500. Hodnote 17 429 zodpovedá sigma skóre 3,61. Na základe tabuľky A.1 potom môžeme v príklade 1 prijať záver, že produkujeme približne na sigma úrovni 3,61.

Ak nie je k dispozícii podobná tabuľka, možno na určenie sigma skóre z použiť približný vzťah medzi sigma skóre z a DPMO [16, s. 23]:

$$z = 0,8406 + \sqrt{29,37 - 2,221 \cdot \ln \text{DPMO}} \quad (3)$$

3.1.1. PROCES VÝPOČTU DPMO

Uvedli sme, že v literatúre sme nenašli podrobnejšie informácie o tvorbe výberu, na základe ktorého sa vypočíta hodnota DPMO. Často sa neuvádza ani to, či má ísť o výsledok náhodného alebo zámerného vyberania. Niekedy je to len nepriamo naznačené. Napríklad v [26] sa uvádza, že získané výsledky sú hodnoty odhadov, čo indikuje nevyhnutnosť tvorby výberu náhodným vyberaním.

Pri praktickej realizácii vyberania treba ale nájsť odpovede na mnohé otázky. Napríklad: Čo je základný súbor? Je konečný alebo nekonečne veľký? Ako a kedy treba realizovať náhodné vyberanie? Aký by mal byť rozsah výberu? Postupne sa pokúsime na všetky uvedené otázky odpovedať. Vyjdeme z toho, že výberový počet nezhôd na milión príležitostí DPMO je hodnota odhadu, ktorou odhadujeme neznámy skutočný počet nezhôd na milión príležitostí v základnom súbore.

Je známe, že bodový odhad je výberová charakteristika, pomocou ktorej odhadujeme neznámu hodnotu nejakého parametra základného súboru. Výberové charakteristiky sú náhodné premenné, ktoré sú funkciou množiny náhodných premenných X_1, X_2, \dots, X_n – pozorovaní, ktoré tvoria náhodný výber, to znamená, že sú štatisticky nezávislé a rovnako rozdelené. Ďalej je známe, že pozorovania sú štatisticky nezávislé a rovnako rozdelené, keď sa realizuje náhodné vyberanie s opakovaním rozsahu n z konečného alebo nekonečne veľkého základného súboru alebo náhodné vyberanie bez opakovania z nekonečne veľkého základného súboru.

Základný súbor tvorí celá produkcia daného produktu. Je známe, že základný súbor, v ktorom je zaznamenanie každej jednotky nemožné alebo nerealizovateľné v reálnom čase sa považuje za nekonečne veľký, aj keď je v skutočnosti konečný¹¹. Za náhodný výber z nekonečne veľkého základného súboru sa považuje výber n jednotiek¹² zo základného súboru, ktorý sa získa tak, že sa rešpektujú dve podmienky: každá vybraná jednotka je z toho istého základného súboru¹³ a každá jednotka je vybraná nezávisle [1, s. 324]. Potom sú pozorovania štatisticky nezávislé a rovnako rozdelené náhodné premenné a možno používať bežné indukčné štatistické metódy.

Spôsobilosť a výkonnosť procesu možno spoľahlivo predvídať, len ak je proces stabilný, to znamená, že parametre rozdelenia pravdepodobnosti procesu sa v čase nemenia. Keď je proces regulovaný, možno realizovať jeden náhodný výber rozsahu n , v čase, keď je proces stabilný. Aby sa zabezpečila platnosť podmienky, že všetky pozorovania sú z toho istého základného súboru, treba vybrať jednotky vyrobené v tom istom alebo približne tom istom čase¹⁴. Vzhľadom na to možno vybrať jednotky vyrobené v rade za sebou, teda v čo najkratšom čase. Vtedy možno predpokladať, že parametre rozdelenia pravdepodobnosti procesu sú rovnaké,¹⁵ a teda všetky pozorovania vo výbere sú z toho istého základného súboru. Rovnako sa postupuje pri odhadovaní krátkodobej spôsobilosti – spôsobilosti stroja [12, s. 280 – 281]. Spoločnosti zvyčajne hľadajú mieru zlepšenia procesu pomocou ukazovateľa DPMO, približne 10-krát každé dva roky [17, s. 22]. Podmienka nezávislosti by mala byť

¹¹ Pozri napríklad v [1], [22], [24], [25].

¹² Predpokladáme diskretný proces, v ktorom ide o výber n kusov produktu.

¹³ Myslí sa z toho istého rozdelenia pravdepodobnosti ukazovateľa kvality (procesu).

¹⁴ Použitý model totiž predpokladá možnosť malých posunov strednej hodnoty pri konštantnom rozptyle až do veľkosti posunu $1,5\sigma$, teda proces typu C (podrobnejšie pozri v [12, s. 47 – 49].

¹⁵ Respektíve približne rovnaké.

splnená tak, že jednotky sa vyrábajú nezávisle, a teda výrobu každej jednotky možno považovať za realizáciu nezávislého náhodného pokusu.

Situácia je zložitejšia, ak chceme odhadovať počet nezhôd na milión príležitostí v neregulovanom procese. Keď proces nie je regulovaný, nevieme jednoznačne posúdiť jeho stabilitu. V [15, s. 374] sa uvádza, že ak proces nie je stabilný, štatistické vlastnosti indexov výkonnosti procesu sa nedajú určiť, a tak nie je možné robiť žiadne platné závery o ich skutočných hodnotách v základnom súbore. To samozrejme platí aj o DPMO. Ak bola jeho hodnota vypočítaná z dát z náhodného výberu z nestabilného procesu¹⁶, nemožno na základe nej urobiť platný záver o hodnote DPMO v základnom súbore. Ak nemáme žiadne informácie o stabilite procesu, môže pri odhadovaní výkonnosti procesu ísť len o prieskumnú analýzu. Hodnotou DPMO získanou na základe dát z výberu nemožno odhadovať neznámy skutočný počet nezhôd na milión príležitostí v základnom súbore. Ide len o hodnotu opisnej charakteristiky výkonnosti procesu vo výberovom súbore. Ak robíme na základe vypočítanej hodnoty DPMO nejaké závery o skutočnom počte nezhôd na milión príležitostí v základnom súbore, ide len o subjektívne ohodnotenie.

Prípadne môžeme mať nejaké indície o stabilite procesu. Predstavte si situáciu, že proces nie je regulovaný, ale za dlhšie obdobie sa napríklad miera návratnosti RR v jednotlivých mesiacoch, počet hlásení problémov NPR v jednotlivých mesiacoch, prípadne náklady na nízku kvalitu COPQ v jednotlivých mesiacoch prakticky nemenia. To by mohlo indikovať stabilitu procesu výroby na nejakej sigma úrovni kvality. Aj v tomto prípade však treba byť pri interpretácii charakteristík výkonnosti procesu veľmi opatrný.

Pri určovaní rozsahu náhodného výberu sa treba oprieť o znalosti o charaktere procesu. V [11, s. 2] sa uvádza, že metódy na meranie výkonnosti strojov uvedené v dokumente, možno použiť aj pri vykonávaní auditov procesu, pričom rozsah výberu by v tomto prípade mal byť aspoň 50. Podobne možno uvažovať pri odhadovaní počtu nezhôd na milión príležitostí.

Existuje aj alternatívna možnosť určenia rozsahu výberu. Ak chceme počítat a interpretovať intervaly spoľahlivosti pre DPMO, možno postupovať takto. Uvažujeme o príležitostiach na generovanie nezhody a predpokladáme že jedna príležitosť môže generovať práve jednu nezhodu. Potom možno vypočítané DPO chápať ako hodnotu výberového podielu príležitostí ktoré generujú nezhodu, z celkového počtu príležitostí vo výbere. V [25] na s. 5 – 7 sú uvedené vzťahy na výpočet intervalu spoľahlivosti pre podiel a výpočet potrebného rozsahu výberu. Podľa nich možno vypočítat potrebný rozsah výberu a interval spoľahlivosti pre DPO v základnom súbore. Po vynásobení vypočítaného intervalu spoľahlivosti jedným miliónom, dostaneme príslušný interval spoľahlivosti pre DPMO. Predpokladajme, že v príklade 1 sme realizovali predbežný výber napríklad rozsahu 30 jednotiek a hodnota výberového podielu DPO vyšla 0,025. Touto hodnotou odhadneme podiel π vo vzťahu (3) v [25]. Ak napríklad stanovíme najväčšiu chybu $d = 0,02$, a spoľahlivosť $(1 - \alpha) = 0,95$, vyjde potrebný počet príležitostí $n = 234,1 \approx 235$. Z toho potrebný rozsah výberu¹⁷ je $235/4 = 58,75 \approx 59$. Po realizácii doplnkového výberu rozsahu $(59 - 30) = 29$ sa na základe

¹⁶ Nie je zaručené, že pozorovania sú z toho istého základného súboru.

¹⁷ Uvažujeme o štyroch charakteristikách kritických pre kvalitu.

celého výberu rozsahu 59 jednotiek vypočíta nová hodnota DPO. Povedzme, že by vyšlo $DPO = 0,021$. Podľa vzťahu (1) v [25] možno vypočítať 95 % interval spoľahlivosti pre DPO ¹⁸. Ten vyjde (0,00267; 0,03933). Po jeho vynásobení jedným miliónom dostaneme 95 % interval spoľahlivosti pre $DPMO$. Ten vyjde (2 670; 39 330). V tabuľke A.1 v [10] nájdeme príslušné sigma úrovně kvality. So spoľahlivosťou 0,95 produkujeme na sigma úrovni kvality z intervalu (3,26; 4,29).

V [6] sa uvádza, že výber má byť dostatočne veľký na to, aby sa mohla objaviť nezhoda. Ďalšou podmienkou na určenie rozsahu výberu by teda malo byť splnenie požiadavky, aby sa na jednotkách náhodného výberu vyskytla aspoň jedna nezhoda. Všeobecne, pri implementácii náhodného vyberania z nekonečne veľkého základného súboru treba postupovať veľmi uvážlivo. Každý konkrétny prípad môže vyžadovať rozličnú procedúru vyberania [1, s. 324].

Pri určovaní charakteristík kritických pre kvalitu sa väčšinou postupuje tak, že sa vytvorí zoznam potenciálnych nezhôd, ktoré môžu zákazníkom prekážať. Pritom sa treba zamerať na nezhody, ktoré sa môžu bežne vyskytovať, nie na zriedkavé nezhody. Nakoniec sa odporúča zlúčenie podobných nezhôd do jednej kategórie. Pri tvorbe zoznamu treba stále pamätať na hlas zákazníka. Niektoré vlastnosti produktov môžu byť pre zákazníkov dôležité, iné môžu byť príjemné. Treba sa zamerať na charakteristiky, ktoré ovplyvnia spokojnosť zákazníkov a sú merateľné. Ak do zoznamu pridáte aj charakteristiky, ktoré pre zákazníka nie sú dôležité, výsledkom bude nižšia hodnota $DPMO$, vyššia sigma úroveň kvality a falošný dojem, že výkonnosť procesu je vyššia, než je v skutočnosti [6]. Všeobecne ale neexistuje jasný návod, ako určiť počet charakteristík kritických pre kvalitu [7]. Nakoniec sa vypočíta hodnota $DPMO$ podľa vzťahu (2) alebo interval spoľahlivosti pre $DPMO$. Ak sa výber realizoval v čase, keď bol proces stabilný, odhadujeme vypočítanou hodnotou $DPMO$, resp. intervalom spoľahlivosti pre $DPMO$, neznámy skutočný počet nezhôd na milión príležitostí v základnom súbore.

Príklad 2. – Pri výrobe súčiastky elektrického zariadenia rozoznávame zhodné a nezhodné súčiastky. Uvažujeme teda o jedinej charakteristike kritickej pre kvalitu. Chceme odhadnúť sigma úroveň kvality procesu. Proces výroby je regulovaný pomocou Shewhartových regulačných diagramov. V priebehu realizácie náhodného vyberania rozsahu $n_{\text{units}} = 100$ regulačné diagramy nesignalizovali narušenie stability procesu¹⁹. V náhodnom výbere sa našli 2 nezhodné súčiastky. Vypočítame hodnotu výberového $DPMO$, ktorou bodovo odhadneme hodnotu $DPMO$ v základnom súbore:

$$DPMO = \frac{2}{100 \cdot 1} \cdot 1\,000\,000 = 20\,000$$

Podľa tabuľky č. 2 je sigma skóre medzi 3,5 a 4. Podľa tabuľky A.1 v [10] je sigma skóre približne 3,55.

Vráťme sa na chvíľu k požiadavke, aby sa na jednotkách náhodného výberu našla aspoň jedna nezhoda. Všimnime si na dátach z príkladu 2, ako by sa menila sigma úroveň kvality, keby sme 2 nezhodné súčiastky našli vo výbere rozsahu 1 000

¹⁸ Za n sa dosadí počet príležitostí.

¹⁹ Ide o samostatný náhodný výber na posúdenie sigma úrovne kvality, nie o náhodné výbery realizované v rámci štatistickej regulácie procesov.

súčiastok. Príslušná sigma úroveň kvality by bola 4,38. Výber je 10-krát väčší, sigma úroveň kvality vzrástla z 3,55 na 4,38. Keby sme našli 1 nezhodnú súčiastku vo výbere rozsahu 100 a 1000 súčiastok, príslušné sigma úrovne kvality by boli 3,83 a 4,59. Je pritom jedno, či nenájdeme žiadnu nezhodnú súčiastku vo výbere rozsahu 100, 1 000 alebo ľubovoľnom inom. Model je pre $c = 0$ nepoužiteľný. Preto sa kvôli zachovaniu rozlišovacej schopnosti kritéria zdá užitočné požadovať, aby bola vo výbere nájdená aspoň jedna nezhoda²⁰. Ak by sme v príklade 2 vo výbere 100 jednotiek nenašli žiadnu nezhodnú jednotku, pokračovali by sme vo výbere, pokiaľ by sa nezhodná jednotka neobjavila, až po nejakú určenú hranicu, napríklad 500 jednotiek. Je možné, že ani posledná jednotka nebude nezhodná a teda celkový výsledok bude 0 nezhôd vo výbere. V [26] odporúčajú v takomto prípade použiť nejaké informácie o frekvencii výskytu nezhôd z minulosti. Prípadne možno celé náhodné vyberanie zopakovať.

Všeobecne možno hodnotu výberového DPMO ľubovoľne znížiť pridaním ďalších charakteristík kritických pre kvalitu, preto by sa s odhadmi DPMO pre viac ako jednu charakteristiku malo zaobchádzať veľmi opatrne [18, s. 171]. Nazdávame sa, že ak sa pomocou DPMO pravidelne hodnotí nejaký proces v jednej firme, počet charakteristík kritických pre kvalitu sa nemení a všetky uvedené predpoklady na kvalitné odhadovanie sú dodržané, nemožno mať proti tejto charakteristike vážne výhrady.

3.2. POČET NEZHÔD NA JEDNOTKU

Často môže byť zaujímavý počet nezhôd na jednotku v základnom súbore, ktorý odhadujeme z dát náhodného výberu hodnotou výberového priemerného počtu nezhôd na jednotku DPU:

$$DPU = \frac{c}{n_{unit}} \quad (4)$$

Keď dosadíme DPU zo vzťahu (4) za $\frac{c}{n_{unit}}$ do vzťahu (2), dostaneme:

$$DPMO = \frac{DPU}{n_{CTQC}} \cdot 1\,000\,000$$

Z porovnania ostatného vzťahu a vzťahu (2) je zřejmé, že:

$$DPO = \frac{DPU}{n_{CTQC}} \quad (5)$$

a

$$DPU = DPO \cdot n_{CTQC}$$

Niekedy nás zaujímajú pravdepodobnosti, že na jednotke sa vyskytne nejaký konkrétny počet nezhôd. Pri hľadaní takýchto pravdepodobností možno využiť Poissonovo rozdelenie. Všeobecne, Poissonovo rozdelenie môže slúžiť ako model počtu úspechov, ktoré sa vyskytnú počas daného časového intervalu alebo v špecifikovanej oblasti. Predpokladá sa [14, s. 163]:

1) počty úspechov, ktoré sa vyskytnú v neprekrývajúcich sa časových intervaloch alebo oblastiach, sú nezávislé,

²⁰ Tým sa, samozrejme, náhodné vyberanie nemení na zámerné vyberanie.

2) pravdepodobnosť výskytu úspechu vo veľmi krátkom časovom intervale alebo vo veľmi malej oblasti je úmerná dĺžke časového intervalu alebo veľkosti oblasti,

3) pravdepodobnosť, že v krátkom časovom intervale alebo v malej oblasti sa vyskytne viac ako jeden úspech je zanedbateľne malá.

Pravdepodobnostná funkcia Poissonovho rozdelenia je:

$$p_k = P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad \text{pre } k = 0, 1, 2, \dots$$

kde $\lambda > 0$ je stredná hodnota počtu úspechov ktoré sa vyskytnú v danom časovom intervale alebo v danej oblasti,

k – počet úspechov ktoré sa vyskytnú v danom časovom intervale alebo v danej oblasti.

Keď za úspech považujeme výskyt nezhody, môžeme počet nezhôd, ktoré sa vyskytnú na jednej jednotke produktu modelovať Poissonovým rozdelením. Strednú hodnotu λ odhadneme hodnotou výberového priemerného počtu nezhôd na jednotku – DPU. Nech $k = 0, 1, 2, \dots$ je počet nezhôd, ktoré sa vyskytnú na jednej jednotke. Potom pravdepodobnosť že na jednej jednotke sa vyskytne k nezhôd je [2, s. 81], [3, s. 132]:

$$p_k = P(X = k) = \frac{\text{DPU}^k}{k!} e^{-\text{DPU}}$$

Pravdepodobnosť, že na jednotke sa nevyskytne žiadna nezhoda (obsahuje $k = 0$ nezhôd), je:

$$p_0 = P(X = 0) = \frac{\text{DPU}^0}{0!} e^{-\text{DPU}} = e^{-\text{DPU}} \quad (6)$$

a pravdepodobnosť že na jednotke sa vyskytne aspoň jedna nezhoda, je:

$$1 - p_0 = 1 - e^{-\text{DPU}} \quad (7)$$

Príklad 1 – pokračovanie 1. – Predpokladajme, že keď sa na jednotke nevyskytne žiadna nezhoda, jednotka je zhodná, keď sa na nej vyskytne aspoň jedna nezhoda, jednotka je nezgodná. V príklade vypočítame pravdepodobnosť, že jednotka je zhodná a pravdepodobnosť, že je nezgodná.

Najprv vypočítame podľa vzťahu (4) priemerný počet nezhôd na jednotku DPU:

$$\text{DPU} = \frac{c}{n_{\text{unit}}} = \frac{7}{100} = 0,07$$

alebo

$$\text{DPU} = \text{DPO} \cdot n_{\text{CTQC}} = 0,0175 \cdot 4 = 0,07$$

Pravdepodobnosť že jednotka je zhodná vypočítame podľa vzťahu (6):

$$p_0 = P(X = 0) = e^{-0,07} = 0,932393819$$

Pravdepodobnosť že jednotka je nezhodná vypočítame podľa vzťahu (7):

$$1 - p_0 = 0,067606181$$

3.3. CELKOVÁ VÝŤAŽNOSŤ RTY

Výťažnosť²¹ FPY_i (*first-pass yield*) je pravdepodobnosť, že jednotka prejde i -tým krokom procesu výroby bez nezhôd. Celková výťažnosť RTY (*rolled throughput yield*) je pravdepodobnosť, že jednotka prejde všetkými krokmi procesu bez nezhôd [2, s. 82]. Celková výťažnosť RTY sumarizuje dáta o počte nezhôd na príležitosť pre proces alebo produkt [17, s. 484].

Keď uvažujeme o jednom kroku procesu a o jednom druhu nezhody, jednotka neprejde i -tým krokom procesu, počet charakteristík kritických pre kvalitu je $n_{CTQC} = 1$ a $DPO_i = DPU_i$. Hodnotou DPU_i možno odhadovať pravdepodobnosť, že jednotka je v i -tom kroku nezhodná. Výťažnosť FPY_i potom vypočítame takto:

$$FPY_i = 1 - DPU_i \quad (8)$$

Možno postupovať aj inak. Priemerným počtom nezhôd na jednotku v i -tom kroku procesu DPU_i odhadneme strednú hodnotu Poissonovho rozdelenia. Potom možno výťažnosť i -tého kroku procesu FPY_i vypočítať ako pravdepodobnosť že na jednotke sa nevyskytne žiadna nezhoda [8, s. 239]:

$$FPY_i = e^{-DPU_i} \quad (9)$$

Keď naopak poznáme FPY_i , možno vypočítať DPU_i . Vzťah na jeho výpočet možno odvodiť takto:

$$\ln FPY_i = -DPU_i \ln e$$

a z toho:

$$DPU_i = -\ln FPY_i$$

Ak má proces výroby produktu n krokov. Celková výťažnosť RTY sa vypočíta takto (predpokladá sa, že kroky procesu sú nezávislé²²):

$$RTY = \prod_{i=1}^n FPY_i \quad (10)$$

Hodnotou $DPU = (1 - RTY)$ možno odhadnúť pravdepodobnosť, že jednotka je nezhodná.

Príklad 3. – Proces výroby produktu sa skladá z troch nezávislých krokov. Z 1 000 náhodne vybraných produktov bolo v prvom kroku vyradených²³ 10 jednotiek,

²¹ Podľa [5].

²² Ak sa vyskytnú skupiny závislých krokov, možno kroky v každej skupine agregovať (ak to je možné) do jedného kroku.

²³ Vyradená jednotka mohla ísť do odpadu, na opravu alebo prepracovanie.

v druhom kroku 20 jednotiek a v treťom kroku sa vyradilo 19 jednotiek. Vypočítame DPU_i , FPY_i , RTY , DPU , DPO a $DPMO$. Alternatívne vypočítame FPY_i aj podľa vzťahu (9) a následne RTY , DPU , DPO a $DPMO$.

Počty nezhôd na jednotku jednotlivých krokov procesu odhadujeme hodnotami:

$$DPU_1 = \frac{10}{1000} = 0,0100; \quad DPU_2 = \frac{20}{990} = 0,0202; \quad DPU_3 = \frac{19}{970} = 0,0196$$

Výťažnosti v jednotlivých krokoch procesu odhadujeme hodnotami:

$$FPY_1 = 1 - 0,0100 = 0,9900; \quad FPY_2 = 1 - 0,0202 = 0,9798; \\ FPY_3 = 1 - 0,0196 = 0,9804$$

Odhadnutú celkovú výťažnosť RTY vypočítame podľa vzťahu (10):

$$RTY = \prod_{i=1}^3 FPY_i = 0,9900 \cdot 0,9798 \cdot 0,9804 = 0,9510$$

a

$$DPU = 1 - RTY = 0,049$$

Odhadnutá pravdepodobnosť, že jednotka je zhodná, je 0,9510 a odhadnutá pravdepodobnosť že jednotka je nezhodná je 0,049.

Keďže $n_{CTQC} = 1$, máme:

$$DPO = DPU = 0,049$$

Vypočítame $DPMO$:

$$DPMO = DPO \cdot 1\,000\,000 = 49\,000$$

Rovnakú hodnotu $DPMO$ dostaneme, keď do vzťahu (2) dosadíme $c = 10 + 20 + 19 = 49$, $n_{units} = 1000$ a $n_{CTQC} = 1$. Tejto hodnote $DPMO$ zodpovedá podľa tabuľky A.1 v [10], sigma úroveň kvality 3,15.

Keby sme FPY_i počítali podľa vzťahu (9) a potom RTY podľa vzťahu (10), vyšlo by $RTY = 0,9514$. Z toho potom $DPU = 1 - 0,9514 = 0,0486$, $DPMO = 48\,600$ a sigma úroveň kvality vyjde 3,16. Všetky výsledky sa líšia len minimálne. Je nakoniec jedno ktorý postup zvolíme. Dôležité je, aby sme pri opakovanom posudzovaní jedného procesu zachovali vždy rovnaký postup.

Niekedy môže byť užitočný výpočet normalizovanej výťažnosti (*normalized yield*) na základe RTY . Pre n -krokový proces sa vypočíta takto:

$$FPY_N = \sqrt[n]{RTY}$$

kde FPY_N je priemerná výťažnosť (geometrický priemer) v jednom kroku procesu.

Ak výťažnosti v jednotlivých krokoch procesu nie sú rovnaké, potom FPY_N je požadovaná výťažnosť najhoršieho z nich. Napríklad pre 10-krokový proces s požadovaným $RTY = 0,9999$ je najhoršia prijateľná výťažnosť v každom kroku procesu $\sqrt[10]{0,9999} = 0,99999$.

Žiaľ, nájdenie RTY často nie je také jednoduché, ako je opísané vyššie. V praxi sa len zriedka nájde postupnosť procesných krokov, ktoré do seba presne zapadajú. Obyčajne totiž máme rôzne toky dodávateľov, s rozličnými objemami a výnosmi. Niektoré kroky sa vykonajú vždy, niektoré nie. Testovacie a kontrolné body nemusia vždy poskytovať úplne presné výsledky. Niekedy treba vykonať opravy produktov počas procesu ich výroby. Niekedy možno sledovať konkrétnu dávku vstupov v procese a výsledky procesu po každom kroku, ale niekedy to je príliš zložité. Výrobné a informačné systémy nie sú často navrhnuté tak, aby poskytovali presné výsledky. Alternatívu ponúkajú simulačné modely a príslušný softvér. Pomocou simulácie a príslušného softvéru možno jednotlivé procesné kroky modelovať a spájať. Na simulačnom modeli možno potom monitorovať výsledky procesu tak často, ako je to potrebné [17, s. 488].

4. ZÁVER

Cieľom príspevku bolo podanie súhrnného prehľadu charakteristík na meranie výkonnosti procesu v metodológii Six Sigma s dôrazom na ich štatistický význam a vzájomné prepojenia a podrobnejšia analýza problému tvorby výberu, ktorý poskytne dáta na výpočet počtu nezhôd na milión príležitostí a súvisiacich ukazovateľov.

Vyšli sme z objasnenia štatistického významu Six Sigma a z modelu na meranie sigma úrovne kvality. Uviedli sme spôsob výpočtu základnej charakteristiky výkonnosti procesu *počet nezhôd na milión príležitostí*. Bola opísaná súvislosť medzi týmto ukazovateľom a sigma úrovňou kvality a uvedené niektoré alternatívne možnosti určenia sigma úrovne kvality procesu na základe vypočítaného počtu nezhôd na milión príležitostí. V časti proces výpočtu DPMO bol analyzovaný spôsob tvorby výberu a možnosti určenia jeho rozsahu. Keď je proces regulovaný, možno realizovať jeden náhodný výber rozsahu n v čase, keď je proces stabilný. Aby sa zabezpečila platnosť podmienky, že všetky jednotky sú z toho istého základného súboru, treba vybrať jednotky vyrobené v tom istom alebo približne v tom istom čase. Vzhľadom na to možno vybrať jednotky vyrobené v rade za sebou, teda v čo najkratšom čase. Rozsah výberu by mal byť aspoň 50 jednotiek, v prípade odhadovania DPMO pomocou intervalu spoľahlivosti, možno rozsah výberu pre určenú spoľahlivosť a najväčšiu chybu, vypočítať. Ďalšou podmienkou by malo byť splnenie požiadavky, aby sa na jednotkách náhodného výberu vyskytla aspoň jedna nezhoda. Všeobecne, pri implementácii náhodného vyberania z nekonečne veľkého základného súboru treba postupovať veľmi uvažlivo. Každý konkrétny prípad môže vyžadovať rozličnú procedúru vyberania.

Keď nemáme žiadne informácie o stabilite procesu, môže pri predvídaní výkonnosti procesu ísť len o prieskumnú analýzu. Pri tvorbe náhodného výberu možno postupovať ako v prípade stabilného procesu, ale hodnotou DPMO získanou z výberu nemožno odhadovať neznámy skutočný počet nezhôd na milión príležitostí v základnom súbore. Ide len o hodnotu opisnej charakteristiky výkonnosti procesu vo výberovom súbore. Ak takto získanou hodnotou DPMO napriek tomu odhadneme

počet nezhôd na milión príležitostí v základnom súbore, ide len o subjektívne ohodnotenie.

Ak máme o stabilite procesu len nejaké indície, napríklad, že v neregulovanom procese sa za dlhšie obdobie prakticky nemení miera návratnosti RR v jednotlivých mesiacoch, počet hlásení problémov NPR v jednotlivých mesiacoch, prípadne náklady na nízku kvalitu COPQ, môže to indikovať stabilitu procesu výroby na nejakej sigma úrovni kvality. Aj v tomto prípade však treba byť pri interpretácii charakteristík výkonnosti procesu veľmi opatrný. Zaujímavé informácie o výkonnosti procesu môžu poskytnúť aj ukazovatele DPU a RTY.

Pochopenie štatistických súvislostí medzi charakteristikami výkonnosti procesu môže značne uľahčiť proces ich aplikácie v praxi. Uplatnenie navrhnutých postupov pri tvorbe výberu môže umožniť presnejšie a spoľahlivejšie hodnotenia výkonnosti procesu. To všetko môže viesť k prijímaniu lepších rozhodnutí o projektoch Six Sigma.

LITERATÚRA

- [1] ANDERSON, D. R. – SWEENEY, D. J. – WILLIAMS, T. A. – CAMM, J. D. – COCHRAN, J. J. – FRY, M. J. – OHLMANN, J. W.: Statistics for Business and Economics. 14e Edition. Boston: Cengage Learning, Inc., 2020. 1119 s. ISBN 978-1-337-90106-2.
- [2] BASS, I.: Six Sigma Statistics with Excel and Minitab. New York: McGraw-Hill,, 2007. 374 s. ISBN 0-07-154268-X.
- [3] BASS, I. – LAWTON, B.: Lean Six Sigma Using SigmaXL and Minitab. New York: McGraw-Hill, 2009. 362 s. ISBN 978-0-07-162621-7.
- [4] BREYFOGLE III, F. W.: Implementing Six Sigma. Smarter Solutions Using Statistical Methods. New York: J. Wiley and Sons, 2003. 790 s. ISBN 978-0-471-26572-6.
- [5] BURIETA, J.: Kvalita v administratívnych procesoch [cit. 2023-05-16]. Dostupné na: <https://www.ipaslovakia.sk/clanok/kvalita-v-administrativnych-procesoch>.
- [6] Defects Per Million Opportunities (DPMO) [cit. 2023-05-16]. Dostupné na: <https://www.isixsigma.com/dictionary/defects-per-million-opportunities-DPMO/>.
- [7] DPMO (Defects per Million Opportunities): Simplified, With Example [cit. 2023-05-16]. Dostupné na: <https://www.knowledgehut.com/blog/quality/DPMO>.
- [8] EL-HAIK, B. – AL-AOMAR, R.: Simulation-Based Lean Six-Sigma and Design for Six-Sigma. Hoboken: J. Wiley and Sons, 2006. 404 s. ISBN 13: 978-0-471-69490-8.
- [9] Formulate Critical-to-Quality Characteristics [cit. 2023-05-16]. Dostupné na: <https://www.informit.com/articles/article.aspx?p=412351&seqNum=4>.
- [10] ISO 13053 - 1 Quantitative methods in process improvement – Six Sigma – Part 1: DMAIC methodology. Geneva: ISO copyright office, 2011. 32 s.
- [11] ISO 22514-3 Statistical methods in process management – Capability and performance – Part 3: Machine performance studies for measured data on discrete parts. Geneva: ISO copyright office, 2020. 19 s.
- [12] JAROŠOVÁ, E. – NOSKIEVIČOVÁ, D.: Pokročilejší metody statistické regulace procesu. Praha: Grada Publishing, 2015. 290 s. ISBN 978-80-247-5355-3.
- [13] JOGLEKAR, A. M.: Statistical Methods for Six Sigma in R&D and Manufacturing. Hoboken: J. Wiley and Sons, 2003. 321 s. ISBN 0-471-20342-4.
- [14] MILLER, I. – MILLER, M.: John E. Freund's Mathematical Statistics with Applications. Eighth Edition. Harlow: Pearson Education Limited, 2014. 472 s. ISBN 13: 978-1-292-02500-1.

- [15]MONTGOMERY, D. C.: Statistical Quality Control: A Modern Introduction. Seventh edition. Hoboken: J. Wiley and Sons, 2013. 754 s. ISBN 978-1-118-14681-1.
- [16]PILLET, M.: Six Sigma Comment l'appliquer. Deuxième tirage. Paris: Éditions d'Organisation, 2005. 486 s. ISBN 2-7081-3029-3.
- [17]PYZDEK, T.: The Six Sigma Handbook. Revised and Expanded. A Complete Guide for Green Belts, Black Belts, and Managers at All Levels. New York: McGraw-Hill, 2003. 830 s. ISBN 0-07-141596-3.
- [18]PYZDEK, T. – KELLER, P. A.: The Six Sigma handbook. A Complete Guide for Green Belts, Black Belts, and Managers at All Levels. Third Edition. New York: McGraw-Hill Companies, Inc., 2010. 548 s. ISBN 978-0-07-162337-7.
- [19]Six Sigma: Defects per Million Opportunities. 5 Steps for Calculating Defects per Million Opportunities (DPMO) [cit. 2023-05-16]. Dostupné na: <https://blog.masterofproject.com/DPMO-six-sigma/>.
- [20]STAMATIS, D. H.: Six Sigma for Financial Professionals. Hoboken: J. Wiley and Sons, 2003. 288 s. ISBN 0-471-45951-8.
- [21]TEREK, M. – HRNČIAROVÁ, Ľ.: Štatistické riadenie kvality. Bratislava: IURA EDITION, 2004. 234 s. ISBN 80-89047-97-1.
- [22]TEREK, M.: Interpretácia štatistiky a dát. 5., doplnené vydanie. Košice: Equilibria, 2017. 458 s. ISBN 978-80-8143-213-2.
- [23]TEREK, M.: Interpretácia štatistiky a dát. Podporný učebný materiál. 5., doplnené vydanie. Košice: Equilibria, 2017. 244 s. ISBN 978-80-8143-212-5.
- [24]TEREK, M.: Dotazníkové prieskumy a analýzy získaných dát. 1. vydanie. Košice: Equilibria, 2019. 200 s. ISBN 978-80-8143-247-7.
- [25]TEREK, M.: Metodológia určovania rozsahu výberového súboru. In: Slovenská štatistika a demografia, 2023. č. 1, s. 3 – 21.
- [26] What Is DPMO and How To Calculate It (With Examples) [cit. 2023-05-16]. Dostupné na: <https://www.indeed.com/career-advice/career-development/what-is-DPMO-and-how-to-calculate-it>.

RESUMÉ

V aplikáciách metodológie Six Sigma je pri hodnotení procesu nevyhnutné vhodne aplikovať charakteristiky výkonnosti procesu. Získané výsledky slúžia ako podklad na rozhodovanie o projektoch Six Sigma. Cieľom príspevku je podať súhrnný prehľad týchto charakteristík s dôrazom na ich štatistický význam, prepojenia medzi nimi a spôsoby získavania dát na ich výpočet. Vychádza sa z objasnenia štatistického významu Six Sigma a z modelu na meranie sigma úrovne kvality. Uvažuje sa o jedinej charakteristike kritickej pre kvalitu produktu, resp. o jednoduchom procese, ktorý sa skladá z jediného kroku. Predpokladá sa že má normálne rozdelenie. Keď je hodnota charakteristiky vnútri tolerančných hraníc, produkt je zhodný, keď nie, produkt je nezahodný. Pri návrhu koncepcie Six Sigma bol prijatý predpoklad, že stredná hodnota procesu je posunutá od cieľovej hodnoty o 1,5 smerodajnej odchýlky doprava alebo doľava. Pre rozličný počet smerodajných odchýlok charakteristiky vnútri tolerančných hraníc (sigma skóre) možno vypočítať napríklad počet nezahodných na milión jednotiek a iné ukazovatele. Ich hodnoty pre niektoré sigma skóre sú v tabuľke č. 1. Sigma úroveň kvality pre rozličný počet charakteristík kritických pre kvalitu možno odhadovať na základe ukazovateľa DPMO – počet nezahôd na milión príležitostí. Je uvedená tabuľka 2, z ktorej možno na základe vypočítanej hodnoty DPMO približne určiť sigma úroveň kvality (sigma skóre z). Uvádzajú sa aj dva alternatívne postupy na určenie sigma úrovne kvality na základe vypočítanej hodnoty DPMO.

Spôsobilosť a výkonnosť procesu možno spoľahlivo predvídať, len ak je proces stabilný, to znamená, že parametre rozdelenia pravdepodobnosti procesu sa v čase nemenia. Preto je dôležité zabezpečiť, aby sa pri odhadovaní DPMO vychádzalo zo stabilných procesov. Keď je proces regulovaný, možno realizovať jeden náhodný výber rozsahu n v čase, keď je proces stabilný. Aby sa zabezpečila platnosť podmienky náhodného vyberania z nekonečne veľkého základného súboru, že všetky jednotky sú z toho istého základného súboru, treba vybrať jednotky vyrobené v tom istom alebo približne v tom istom čase. Vzhľadom na to možno vybrať jednotky vyrobené v rade za sebou, teda v čo najkratšom čase. Podmienka nezávislosti by mala byť splnená tak, že jednotky sa vyrábajú nezávisle a teda výrobu každej jednotky možno považovať za realizáciu nezávislého náhodného pokusu. Rozsah výberu by mal byť aspoň 50 jednotiek, v prípade odhadovania DPMO pomocou intervalu spoľahlivosti, možno rozsah výberu pre určenú spoľahlivosť a najväčšiu chybu, vypočítať. Ďalšou podmienkou na určenie rozsahu výberu by malo byť splnenie požiadavky, aby sa na jednotkách náhodného výberu vyskytla aspoň jedna nezhoda. Všeobecne, pri implementácii náhodného vyberania z nekonečne veľkého základného súboru treba postupovať veľmi uvážlivo. Každý konkrétny prípad môže vyžadovať rozličnú procedúru vyberania. Keď je proces nestabilný, miery výkonnosti nemajú zmysluplnú interpretáciu, pretože nemôžu predikovať výkonnosť procesu. Často môže byť zaujímavý počet nezhôd na jednotku v základnom súbore, ktorý sa odhaduje z dát náhodného výberu hodnotou vypočítaného priemerného počtu nezhôd na jednu jednotku DPU. Celková výťažnosť RTY je pravdepodobnosť, že jednotka prejde všetkými krokmi procesu bez nezhôd.

RESUME

In the applications of the Six Sigma methodology, it is essential to appropriately apply process performance characteristics when evaluating a process. The obtained results serve as a basis for decision-making on Six Sigma projects. The aim of the paper is to provide an overview of these characteristics with an emphasis on their statistical significance, their interconnections, and data collection methods for their calculation. It is based on the clarification of the statistical meaning of Six Sigma and the model for measuring the sigma quality level. A single critical-to-quality characteristic is considered, or a simple process consisting of a single step. It is presumed to have a normal distribution. When the value of the characteristic is within the specification limits, the product is conforming, if not, the product is nonconforming. When designing the Six Sigma concept, an assumption was made that the process mean is shifted from the target value by 1,5 standard deviations to the right or to the left. For a different number of standard deviations of the characteristic within the specification limits (sigma quality level), for example, the number of nonconforming per million units and other indicators can be calculated. Their values for certain sigma quality level are provided in the Table No. 1. The sigma quality level for a different number of critical to quality characteristics can be estimated based on the DPMO indicator—the number of nonconformities per million opportunities. The table No. 2 is presented, from which the sigma quality level can be approximately determined based on the calculated DPMO value. Two alternative procedures for determining the sigma quality level based on the calculated DPMO value are also presented.

The capability and performance of a process can only be reliably predicted if the process is stable, that is, the parameters of the probability distribution of the process do not change over time. Therefore, it is important to ensure that the estimation of DPMO is based on stable processes. When the process is under control, one random

sample of size n can be selected at a time when the process is stable. To ensure the validity of the condition of random sampling from an infinite population i.e., that all units are from the same population, units produced at or around the same time should be selected. Therefore, sequentially produced units can be selected, i.e., in the shortest possible time. The condition of independence should be fulfilled in such a way that the units are produced independently and thus the production of each unit can be considered as an independent random experiment. The sample size should consist of at least 50 units, in case of the estimation of the DPMO by a confidence interval, the sample size can be calculated for a given confidence level and margin of error. Another condition for determining the sample size should be the fulfillment of the requirement that there is at least one nonconformity in the random sample units. In general, great care has to be taken when implementing random sampling from an infinite population. Each specific case may require a different sampling procedure. When a process is unstable, performance measures have no meaningful interpretation because they cannot predict process performance.

The number of nonconformities per unit in the population, which is estimated from random sample data by the calculated average number of nonconformities per unit DPU, might often be of interest. The rolled throughput yield RTY is the probability that a unit will pass through all process steps without nonconformities.

PROFESIJNÝ ŽIVOTOPIS

Prof. Ing. Milan Terek, PhD., od roku 2018 pracuje ako profesor na Vysokej škole manažmentu v Bratislave. Vede predmety úvod do štatistiky, štatistika, matematika pre manažérov II, kvantitatívne metódy pre manažérov a kvantitatívne metódy vo výskume v oblasti podnikového manažmentu. V rokoch 1977 – 2018 pracoval na Ekonomickej univerzite v Bratislave. Viedol predmety štatistika, štatistické riadenie kvality, analýza rozhodovania, hĺbková analýza dát, výberové skúmanie, lineárne programovanie, nelineárne programovanie, operačný výskum a systémové modelovanie. Vo výskume sa zameriava na aplikácie štatistických metód v ekonómii a manažmente. Je autorom alebo spoluautorom 6 monografií, 10 vysokoškolských učebníc, 17 skrípt, 78 článkov vo vedeckých a odborných časopisoch a 115 príspevkov na vedeckých konferenciách publikovaných v zborníkoch.

KONTAKT

mterek@vsm.sk