

Štatistický úrad Slovenskej republiky  
The Statistical Office of the Slovak Republic  
Slovenská štatistická a demografická spoločnosť  
The Slovak Statistical and Demographic Society

# SLOVENSKÁ ŠTATISTIKA a DEMOGRAFIA

SLOVAK STATISTICS  
and DEMOGRAPHY

vedecký časopis/scientific journal

1/2025  
ročník 35



ŠTATISTICKÝ  
ÚRAD  
SLOVENSKEJ  
REPUBLIKY



ISSN 1339-6854 (online)  
ISSN 1210-1095 (tlačené vydanie)

## SLOVENSKÁ ŠTATISTIKA A DEMOGRAFIA

Recenzovaný vedecký časopis založený v roku 1991. Jednotlivé čísla časopisu zverejňujeme aj v elektronickej podobe na [ssad.statistics.sk](http://ssad.statistics.sk) a na [slovak.statistics.sk](http://slovak.statistics.sk). Názory autorov článkov sa nemusia zhodovať s názormi vydavateľa.

### Zahranční poradcovia/Foreign Consultants

#### **Gabriela Czanner**

University of Liverpool  
Veľká Británia/United Kingdom

#### **Jitka Langhamrová**

Vysoká škola ekonomická v Praze  
University of Economics in Prague  
Česká republika/Czech Republic

#### **Estefanía Mourelle Espasandín**

Universidade da Coruña  
Španielsko/Spain

#### **Michaela Potančoková**

Joint Research Centre,  
European Commission  
Taliansko/Italy

#### **Hana Řezanková**

Vysoká škola ekonomická v Praze  
University of Economics in Prague  
Česká republika/Czech Republic

#### **Milan Stehlík**

Institute of Statistics, University of Valparaíso  
Čile/Chile  
Johannes Kepler University Linz  
Rakúsko/Austria

### Výkonná redaktorka/Executive Editor

Silvia Hudecová

### Jazykové redaktorky/Language Editors

#### **Slovenský jazyk/Slovak Language**

Silvia Duchková

#### **Anglický jazyk/English Language**

Andrea Okenková

## SLOVAK STATISTICS AND DEMOGRAPHY

The scientific peer-reviewed journal founded in 1991. Individual copies of the journal are available to readers in electronic form at the websites [ssad.statistics.sk](http://ssad.statistics.sk) and [slovak.statistics.sk](http://slovak.statistics.sk). The opinions of the authors do not necessarily correlate with the opinions of the publisher.

### Redakčná rada/Editorial Board

#### **Ľudmila Ivančíková**

(predsedníčka/chairwoman)  
Štatistický úrad SR  
Statistical Office of the SR

#### **Mikuláš Cár**

Slovenská štatistická a demografická spoločnosť  
Slovak Statistical and Demographic Society

#### **Helena Glaser-Opitzová**

Štatistický úrad SR  
Statistical Office of the SR

#### **Ján Haluška**

INFOSTAT Bratislava

#### **Iveta Stankovičová**

Univerzita Komenského v Bratislave  
Comenius University in Bratislava

#### **Erik Šoltés**

Ekonomická univerzita v Bratislave  
University of Economics in Bratislava

#### **Boris Vaňo**

INFOSTAT - Výskumné demografické centrum  
INFOSTAT - Demographic Research Centre

### Adresa redakcie/Address of Editorial Office

Slovenská štatistika a demografia  
Štatistický úrad SR  
Lamačská cesta 3/C, 840 05 Bratislava 45  
Slovenská republika

### E-mailová adresa/E-mail address

[SSaD@statistics.sk](mailto:SSaD@statistics.sk)

[ssad.statistics.sk](http://ssad.statistics.sk)  
[www.statistics.sk](http://www.statistics.sk)

## OBSAH/CONTENTS

### I. VEDECKÉ ČLÁNKY/SCIENTIFIC ARTICLES

**Alena KAŠČÁKOVÁ, Zuzana RIGOVÁ, Ľudmila IVANČÍKOVÁ** 3  
AKTÍVNE STARNUTIE V REGIÓNOCH SLOVENSKA  
ACTIVE AGEING IN THE SLOVAK REGIONS

**Martin BOĎA** 24  
METODOLOGICKÝ PRÍSPEVOK K VÝZNAMU A INTERPRETÁCII OKUNOVHO  
ZÁKONA  
METHODOLOGICAL CONTRIBUTION ON THE MEANING AND INTERPRETATION  
OF OKUN'S LAW

**Roman PAVELKA** 41  
MOŽNOSTI POUŽITÍ METOD MNOHONÁSOBNÉ IMPUTACE V PROSTŘEDÍ  
SYSTÉMU SAS  
POSSIBILITIES OF USING MULTIPLE IMPUTATION METHODS IN THE SAS  
SYSTEM ENVIRONMENT

### II. INFORMATÍVNE ČLÁNKY, NÁZORY, RECENZIE, ROZHOVORY, INFORMÁCIE/ INFORMATIVE ARTICLES, OPINIONS, REVIEWS, INTERVIEWS, INFORMATION

**Iveta FRIČOVÁ** 66  
AGENDA 2030 NA SLOVENSKU  
2030 AGENDA IN SLOVAKIA  
Informatívny článok/Informative article

**Martin BOĎA** 73  
ĎALŠÍ ROČNÍK ÚSPEŠNEJ KONFERENCIE AMSE, TENTOKRÁT V POL'SKEJ  
WROCLAWI  
ANOTHER YEAR OF THE SUCCESSFUL AMSE CONFERENCE, THIS TIME  
IN POLISH WROCLAW  
Informácia/Information

**Iveta STANKOVIČOVÁ, Jaromír ANTOCH** 76  
KONFERENCIA ROBUST 2024  
ROBUST 2024 CONFERENCE  
Informácia/Information

### III. PRIPRAVUJEME/COMING SOON 79



**Alena KAŠČÁKOVÁ, Zuzana RIGOVÁ**  
**Ekonomická fakulta, Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici**

**Ľudmila IVANČÍKOVÁ**  
**Štatistický úrad Slovenskej republiky**

## **AKTÍVNE STARNUTIE V REGIÓNOCH SLOVENSKA<sup>1</sup>** **ACTIVE AGEING IN THE SLOVAK REGIONS**

### **ABSTRAKT**

Na začiatku 21. storočia čelia krajiny po celom svete výrazným zmenám vo vývoji počtu a hlavne štruktúry obyvateľstva, pričom najvýraznejším trendom je starnutie populácie. Tento fenomén, ktorý je obzvlášť zreteľný vo vyspelých krajinách, vedie k nárastu sociálnych a zdravotných nákladov, čím sa zvyšuje tlak na verejné systémy. Koncept aktívneho starnutia, ktorý podporuje neustálu angažovanosť starších ľudí v rôznych oblastiach života – sociálnej, ekonomickej, kultúrnej a občianskej – bol navrhnutý ako riešenie na zmiernenie tejto záťaže a zvýšenie kvality života seniorov. Koncept má za cieľ udržať starších ľudí aktívnych a participujúcich na spoločenskom dianí, čím sa zlepšuje ich kvalita života a znižujú sa verejné výdavky. Na meranie aktívneho starnutia v európskych krajinách bol vytvorený Index aktívneho starnutia (AAI), pričom Slovensko sa zapojilo do tohto medzinárodného hodnotenia. AAI kombinuje údaje zo štyroch kľúčových oblastí: zamestnanie, spoločenská účasť, nezávislé bývanie a podporné prostredie, pričom využíva 22 ukazovateľov z európskych prieskumov. AAI bol hodnotený na národnej úrovni v rokoch 2010 až 2018, ale nebola vypracovaná jednotná metodika na nižšej ako národnej úrovni a regionálne výsledky nie sú známe. Tento článok hodnotí aktívne starnutie v regiónoch Slovenskej republiky, opisuje použitú metodiku a porovnáva ju s metodikami iných európskych krajín, ktoré sa doposiaľ venovali analýze regionálnych rozdielov v úrovni aktívneho starnutia.

### **ABSTRACT**

At the beginning of the 21st century, countries around the world are facing significant changes in the development of the number and especially the structure of the population, with the most significant trend being the ageing of the population. This phenomenon, which is particularly evident in developed countries, results in to an increase in social and health costs, putting increasing pressure on public systems. The concept of active ageing, which promotes the continued involvement of older people in different areas of life - social, economic, cultural and civic – was proposed as a solution to alleviate this burden and improving the quality of life of the seniors. The concept aims to keep older people active and participating in social event, thereby improving their quality of life and reducing public expenditure. The Active Ageing Index (AAI) was established to measure active ageing in European countries, and Slovakia has participated in this international assessment. The AAI combines data from four key areas: employment, social participation, independent living and supportive environment, using 22 indicators from the European surveys. The AAI was evaluated at the national level between 2010 and 2018, but a consistent sub-national methodology has not been developed and regional results are not known. This article assesses active ageing in the regions of the Slovak Republic, describes the methodology used and compares it with the methodologies of other European

---

<sup>1</sup> *Príspevok vznikol s podporou projektu VEGA č. 1/0124/24 Slovensko v kontexte dôchodkového indexu a indexu starnutia populácie – perspektíva budúcnosti.*

countries which have so far been devoted to the analysis of the regional differences in the level of active ageing.

## **KLÚČOVÉ SLOVÁ**

demografické starnutie, aktívne starnutie, AAI, regionálna úroveň

## **KEY WORDS**

demographic ageing, active ageing, AAI, regional level

## **1. ÚVOD**

Starnutie, alebo lepšie povedané demografické starnutie je jedným z fenoménov, ktoré sprevádzajú ekonomiky a sociálne prostredie krajín s čoraz väčším dopadom. Aj preto sú v centre pozornosti výskumu, štatistickej produkcie a konkrétnych opatrení.

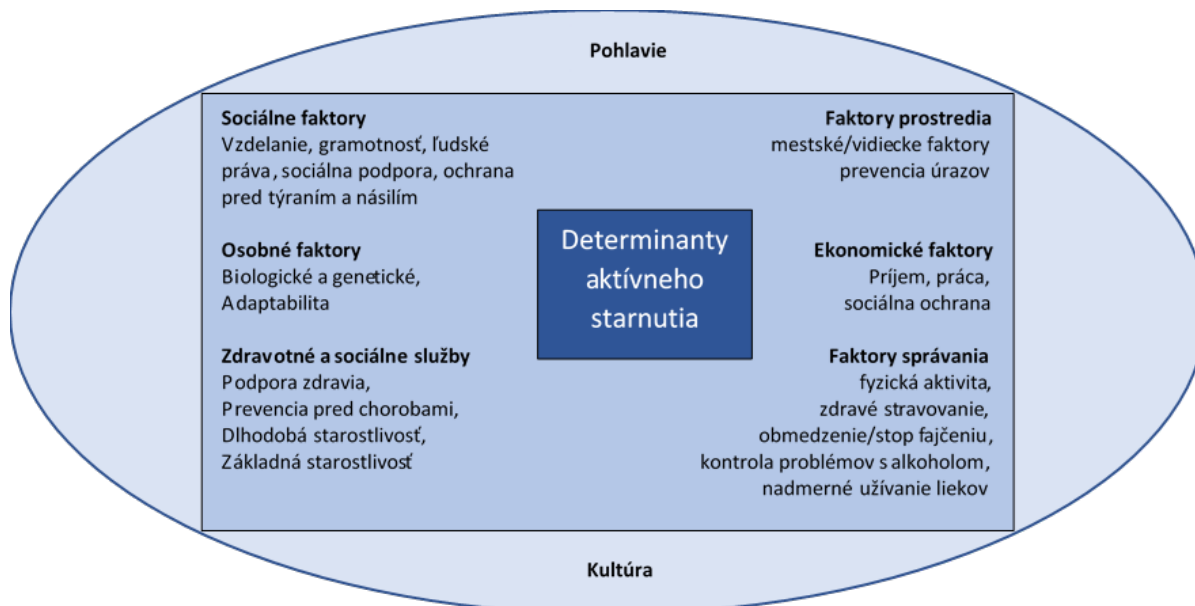
Výrazným demografickým zmenám čelia na začiatku 21. storočia všetky krajiny sveta. Podľa správy World Population Prospects (United Nations, 2019) sú hlavnými megatrendmi populácie rast, starnutie, migrácia a urbanizácia. Spolu s tým ide ruka v ruku výrazný nárast populácie vo veku od 65 rokov, osobitne vo vekovej skupine nad 80 rokov. Potenciálne rastúci podiel obyvateľov odkázaných na pomoc spôsobuje zvyšujúci sa tlak na zdravotnú a sociálnu starostlivosť a ich finančné krytie. Prognóza Eurostatu (European Commission, 2012) uvádza, že Slovensko bude mať v roku 2060 druhý najvyšší podiel poproduktívnej populácie (za Portugalskom) a priemerný vek sa zvýši na takmer 50 rokov.

## **2. KONCEPT AKTÍVNEHO STARNUTIA**

Prvopočiatky prístupov ku koncepcii aktívneho starnutia je možné hľadať v Spojených štátoch amerických v 60. rokoch minulého storočia, keď sa tvrdilo, že kľúčom k „úspešnému starnutiu“ je udržanie aktivity v starobe (Pfeiffer, 1974; Rowe a Kahn, 1987). Inými slovami, úspešné starnutie sa malo dosiahnuť odmietnutím nástupu staroby a nahradením stratených vzťahov, každodenných činností a úloh stredného veku novými, aby bolo možné udržať aktivitu a spokojnosť so životom. V 80. rokoch sa objavil koncept produktívneho starnutia, ktorý podčiarkoval odmietanie chronologického veku ako smerodajného prediktora výkonnosti človeka. „Produktívne starnutie je akákoľvek činnosť staršieho jednotlivca, ktorá vyrába tovary alebo služby alebo rozvíja schopnosť na ich výrobu, či už je za nich zaplatené, alebo nie“ (Bass, Caro a Chen, 1993 in Walker, 2002).

Koncom 90. rokov minulého storočia sa pod vplyvom Svetovej zdravotníckej organizácie (WHO) začala objavovať nová koncepcia aktívneho starnutia, ktorá zdôraznila životne dôležité spojenie medzi celoživotnou aktivitou a zdravím (Kalache, Kickbusch, 1997). Tento prístup k aktívnemu starnutiu sa zameriaval na širšiu škálu činností, ako sú činnosti obvykle spojené s výrobou a trhom práce, a zdôraznil účasť a začlenenie starších ľudí do spoločenského života. Snahy uchopiť koncept aktívneho starnutia začiatkom nového tisícročia zavŕšila WHO, ktorá skoncipovala definíciu aktívneho starnutia ako „proces optimalizácie príležitostí na zdravie, účasť a bezpečnosť s cieľom zvýšiť kvalitu života s rastom veku ľudí (WHO, 2001). Ide o koncept, ktorý vyjadruje potrebu zmeny v prístupe k otázkam začleňovania seniorov do spoločnosti. WHO (2001) vymedzuje tiež 6 skupín faktorov aktívneho starnutia a dva prierezové determinanty: pohlavie a kultúra (obrázok č. 1).

### Obrázok č. 1 Determinanty aktívneho starnutia



**Zdroj: World Health Organization. (2002). Active ageing: A policy framework**

Pojem aktívne starnutie (active ageing) je viac univerzálny ako pojem zdravé starnutie (healthy ageing) a vzťahuje sa na pokračujúcu angažovanosť ľudí v sociálnej, ekonomickej, duchovnej, kultúrnej oblasti a participáciu v občianskych aktivitách, nielen schopnosť byť fyzicky aktívny. Aktívne starnutie preto odkazuje na taký prístup k jednotlivcom i skupinám, ktorý umožňuje napĺňanie potenciálu ich fyzického, psychického i sociálneho blahobytu v priebehu života a začlenenia do spoločnosti podľa ich potrieb, priania a možností a ktorý zároveň umožňuje poskytovanie ochrany, bezpečia a starostlivosť. Pre efektívnu koncepciu starnutia populácie navrhol Walker (2002) sedem kľúčových zásad:

1. Aktivita jednotlivca by sa nemala spájať len s produktívnou činnosťou, ale mala by pozostávať zo všetkých činností, ktoré prispievajú k blahu jednotlivca, jeho rodiny, miestnej komunity alebo spoločnosti všeobecne.
2. Aktívne starnutie musí zahŕňať starých ľudí vo všetkých vekových skupinách.
3. Malo by ísť v prvom rade o preventívne opatrenie na ochranu proti zlému zdravotnému stavu, zdravotnému postihnutiu, závislosti, strate zručností a pod.
4. Aktívne starnutie je medzigeneračné, znamená spravodlivosť medzi generáciami, ako aj príležitosť rozvíjať mimogeneračné činnosti.
5. Koncept musí zahŕňať práva aj povinnosti. Práva na sociálnu ochranu, celoživotné vzdelávanie, odbornú prípravu atď. Tie môžu byť sprevádzané povinnosťami využívať príležitosti na vzdelávanie a odbornú prípravu a zostať aktívnym.
6. Stratégia aktívneho starnutia by mala byť participatívna. Inými slovami, musí existovať kombinácia politických opatrení zhora nadol, aby sa umožnila a motivovala činnosť a súčasne aby občania mali tiež možnosť konať zdola nahor, pri rozvoji svojich vlastných foriem činnosti.
7. Aktívne starnutie by malo akceptovať národnú a kultúrnu diverzitu.

Aktívne starnutie je teda viacrozmerý koncept, ktorý sa týka situácie, keď sa ľudia naďalej zúčastňujú na formálnom trhu práce, zapájajú sa do neplatených produktívnych aktivít (ako je poskytovanie starostlivosti rodinným príslušníkom a dobrovoľníctvo) a žijú zdravým, nezávislým a bezpečným životom po dosiahnutí istého veku. Aktívne opatrenia v oblasti starnutia obyvateľstva by sa mali zaoberať touto rozmanitosťou, umožniť alternatívy dlhšieho pracovného života, zabezpečiť sociálne zapojenie, povzbudiť zdravý životný štýl a poskytnúť príležitosti na nezávislý život mužov aj žien. Monitorovanie implementácie takejto politiky si vyžaduje komplexný nástroj, ktorý zahŕňa rôzne aspekty aktívneho starnutia.

## 2.1. MERANIE ÚROVNE AKTÍVNEHO STARNUTIA

Na hodnotenie a porovnávanie intenzity starnutia sa využívajú rôzne nástroje, ukazovatele a indexy. Najčastejšie sa využíva index starnutia populácie, ktorý zohľadňuje dva aspekty: starnutie zdola, čo znamená pokles mladšej populácie, a starnutie zhora, ktoré je dôsledkom nárastu staršej populácie. Môže ísť aj o kombináciu oboch. Na doplnenie sa používajú ukazovatele mediánového alebo priemerného veku a očakávanej dĺžky života. Ekonomický pohľad na starnutie prináša index šedého zaťaženia, ktorý ukazuje podiel starších na ekonomicky aktívnej populácii. Všetky tieto ukazovatele sú však zamerané len na jednu oblasť a neponúkajú komplexný obraz o demografických, sociálnych, ekonomických či zdravotných aspektoch starnutia s dôrazom na aktívne starnutie. Túto medzeru má za cieľ doplniť nový nástroj, kompozitný ukazovateľ, ktorý sa nazýva Index aktívneho starnutia a predstavila ho Európska hospodárska komisia OSN (UNECE). Hlavnou oporou pre konštrukciu AAI je definícia aktívneho starnutia podľa WHO, prispôbená tak, aby pokrývala aj oblasť potenciálu starnúceho obyvateľstva: Aktívne starnutie sa vzťahuje na situáciu, v ktorej sa ľudia naďalej zúčastňujú na formálnom trhu práce, zapájajú sa aj do iných neplatených produktívnych činností (ako je starostlivosť o rodinných príslušníkov a dobrovoľníctvo) a vedú zdravý, nezávislý a bezpečný život v starobe (Zaidi et al., 2013).

Index aktívneho starnutia je prostriedok na meranie nevyužitého potenciálu starších ľudí na aktívne a zdravé starnutie v jednotlivých krajinách. Meria úroveň, do akej starší ľudia žijú nezávisle, zúčastňujú sa na platených zamestnaniach a sociálnych činnostiach a ich schopnosť aktívne starnúť. Index je zostavený z 22 jednotlivých ukazovateľov, ktoré sú zoskupené do štyroch domén. Každá doména odráža iný aspekt aktívneho starnutia. AAI tiež ponúka porovnanie celkového postavenia krajín EÚ, ako aj výsledky v jednotlivých doménach a takisto rozdelenie výsledkov podľa pohlavia, aby sa zdôraznili rozdiely v aktívnom starnutí u mužov a žien. Hodnoty indexov sa pohybujú od 0 do 100. Vyššie hodnoty naznačujú vyššiu úroveň využitia potenciálu starších mužov a žien v sledovanej oblasti. Aj keď dosiahnutie 100 bodov nie je realistickým ani nevyhnutným cieľom, dosiahnutie najlepších výsledkov v určitej skupine krajín môže byť významnou metou. AAI ponúka flexibilný rámec, ktorý možno aplikovať na rôzne krajiny a na národné, ako aj na nadnárodné (regionálne a miestne) úrovne.



Pracovná skupina pri tvorbe AAI identifikovala štyri nasledujúce domény, pričom zdôvodnila aj ich výber:

- I. zamestnanosť (participácia starnúceho obyvateľstva na platených činnostiach),
- II. účasť v spoločnosti (participácia prostredníctvom neplatených produktívnych aktivít),
- III. nezávislé, zdravé a bezpečné bývanie,
- IV. spôsobilosť na aktívne starnutie.

Prvé tri domény vychádzali z oblastí, na ktoré bol zameraný Európsky rok aktívneho starnutia a solidarity medzi generáciami, štvrtá vymedzuje spôsobilosť krajiny na aktívne starnutie jej populácie.

Prvá doména *zamestnanosť* vychádza z potreby sledovania aktivity starších ľudí na trhu práce. S predlžovaním strednej dĺžky života v Európe sa zvyšuje aj vek odchodu do dôchodku. Mnohí ľudia však majú obavy, že vo vyššom veku nebudú schopní zostať na svojich súčasných pracovných pozíciách alebo nájsť inú prácu, kým dosiahnu nárok na primeraný dôchodok. Preto je potrebné poskytnúť starším zamestnancom lepšie príležitosti na pracovnom trhu. Keďže odchod z práce neznamená život bez aktivity, druhá doména *účasť v spoločnosti* sleduje prínos starších ľudí pre spoločnosť, či už ako opatrovateľov svojich rodičov, partnerov alebo vnúčat, a ich zapojenie do dobrovoľníckych aktivít. Cieľom sledovania tejto oblasti je zvýšiť povedomie o prínose starších občanov pre spoločnosť a podporiť vytváranie priaznivejších podmienok pre ich život. So zvyšovaním veku sa častokrát zhoršuje zdravotný stav staršej populácie. Tretia doména (*nezávislé bývanie*) – sleduje úroveň fyzickej aktivity, zdravotného stavu a osobnej bezpečnosti, finančných a materiálnych podmienok života a aktivity v oblasti celoživotného vzdelávania.

Diskusie počas prvého stretnutia skupiny odborníkov v máji 2012 poukázali na potrebu doplniť štvrtú oblasť aktívneho starnutia, ktorá by zachytávala schopnosti a umožnila lepšie zohľadniť environmentálne faktory aktívneho a zdravého starnutia. Tento prístup čerpá inšpiráciu z konceptuálneho rámca Amartyu Sena zameraného na schopnosti, ktoré predstavujú kľúčové príležitosti a možnosti zlepšenia kvality života a blahobytu, ako je napríklad očakávaná dĺžka života, zdravie, vzdelanie či sociálna angažovanosť (Sen 1993, 1996). Táto doména sa preto považuje za oblasť merania:

- ľudských aktív s využitím ukazovateľa *zostávajúca stredná dĺžka života*,
- zdravotného kapitálu týkajúceho sa ukazovateľov strednej dĺžky života a duševnej pohody,
- aspektov ľudského kapitálu v súvislosti s ukazovateľmi dosiahnutého vzdelania.

Konštrukcia AAI je zároveň rozdelená na dve dimenzie:

1. skutočné skúsenosti s aktívnym starnutím (obsahujúce 1., 2. a 3. doménu),
2. spôsobilosť a podporujúce prostredie na aktívne starnutie (4. doména).

Každý z ukazovateľov použitých v týchto štyroch doménach sa na úrovni krajín ďalej člení podľa pohlavia. Ukazovatele sa následne používajú pri zostavovaní rodovo a doménovo špecifických indexov prostredníctvom váženého aritmetického priemeru s explicitne nastavenými váhami. Tento systematický prístup k tvorbe indexov

umožňuje vyhodnotiť potenciál zlepšenia v jednotlivých oblastiach aktívneho a zdravého starnutia, a to zvlášť pre mužov aj ženy.

**Tabuľka č. 1: Indikátory a domény Indexu aktívneho starnutia**

Doména	Indikátor	Definícia
I.	• Miera zamestnanosti vo veku 55 – 59 rokov	• podiel zamestnaných ľudí vo veku 55 – 59 z celkového počtu ľudí vo veku 55 – 59 rokov
	• Miera zamestnanosti vo veku 60 – 64 rokov	• podiel zamestnaných ľudí vo veku 60 – 64 z celkového počtu ľudí vo veku 60 – 64 rokov
	• Miera zamestnanosti vo veku 65 – 69 rokov	• podiel zamestnaných ľudí vo veku 65 – 69 z celkového počtu ľudí vo veku 65 – 69 rokov
	• Miera zamestnanosti vo veku 70 – 74 rokov	• podiel zamestnaných ľudí vo veku 70 – 74 z celkového počtu ľudí vo veku 70 – 74 rokov
II.	• Dobrovoľnícka činnosť	• podiel ľudí vo veku od 55 rokov, vykonávajúcich organizovanú neplatenú dobrovoľnícku prácu (aspoň raz do týždňa)
	• Starostlivosť o deti	• podiel ľudí vo veku od 55 rokov, ktorí poskytujú pomoc svojim deťom alebo vnúčatám (aspoň raz do týždňa)
	• Starostlivosť o dospelých	• podiel ľudí vo veku od 55 rokov, ktorí osobne poskytujú pomoc starším alebo imobilným príbuzným (aspoň raz do týždňa)
	• Politická participácia	• podiel ľudí vo veku od 55 rokov, ktorí sa zúčastňujú na aktivitách a činnostiach odborov, politickej strany alebo združenia alebo podpísali petíciu vrátane e-mailu alebo online
III.	• Fyzická aktivita	• podiel ľudí vo veku od 55 rokov, ktorí sa takmer každý deň venujú športu alebo fyzickej aktivite
	• Potreby zdravotnej starostlivosti	• podiel ľudí vo veku od 55 rokov, ktorí neuvádzajú, že by potrebovali zdravotnú alebo dentálnu starostlivosť počas posledných 12 mesiacov pred prieskumom
	• Nezávislé bývanie	• podiel ľudí vo veku od 75 rokov, ktorí žijú sami v jednočlennej domácnosti alebo v dvojčlennej domácnosti
	• Relatívny mediánový príjem	• podiel mediánu ekvivalentného disponibilného príjmu ľudí vo veku od 65 rokov k mediánu ekvivalentného disponibilného príjmu osôb mladších ako 65 rokov
	• Miera chudoby	• 100 – podiel ľudí vo veku od 65 rokov, ktorí sú ohrození chudobou (s použitím 50 % hranice mediánového príjmu)
	• Materiálna deprivácia	• 100 – podiel ľudí vo veku od 65 rokov, ktorí deklarujú čiastočnú materiálnu depriváciu (nemôžu si dovoliť aspoň 4 z deviatich položiek)
	• Osobná bezpečnosť	• podiel ľudí vo veku od 55 rokov, ktorí sa cítia veľmi bezpečne alebo bezpečne, keď kráčajú vo svojom okolí večer po zotmení
	• Celoživotné vzdelávanie	• podiel ľudí vo veku 55 – 74 rokov, ktorí uviedli, že absolvovali vzdelávanie alebo odbornú prípravu počas štyroch týždňov pred prieskumom
IV.	• Zostávajúcich 50 rokov strednej dĺžky života vo veku 55 rokov	• podiel osôb, ktorí sa vo veku 55 rokov dožijú ešte ďalších 50 rokov
	• Podiel zdravých rokov života vo veku 55 rokov	• podiel strednej dĺžky života v zdraví vo veku 55 rokov k strednej dĺžke života vo veku 55 rokov
	• Mentálna pohoda	• index, ktorý meria vlastné deklarované pocity pozitívnej a šťastnej nálady
	• Využívanie IKT	• podiel ľudí vo veku 55 – 74 rokov, ktorí používajú internet aspoň raz do týždňa
	• Sociálny kontakt	• podiel ľudí vo veku od 55 rokov, ktorí sa spoločensky stretávajú s priateľmi, príbuznými alebo kolegami aspoň raz do týždňa
	• Dosiahnuté vzdelanie	• podiel ľudí vo veku 55 – 74 rokov s vyšším stredoškolským alebo vysokoškolským vzdelaním

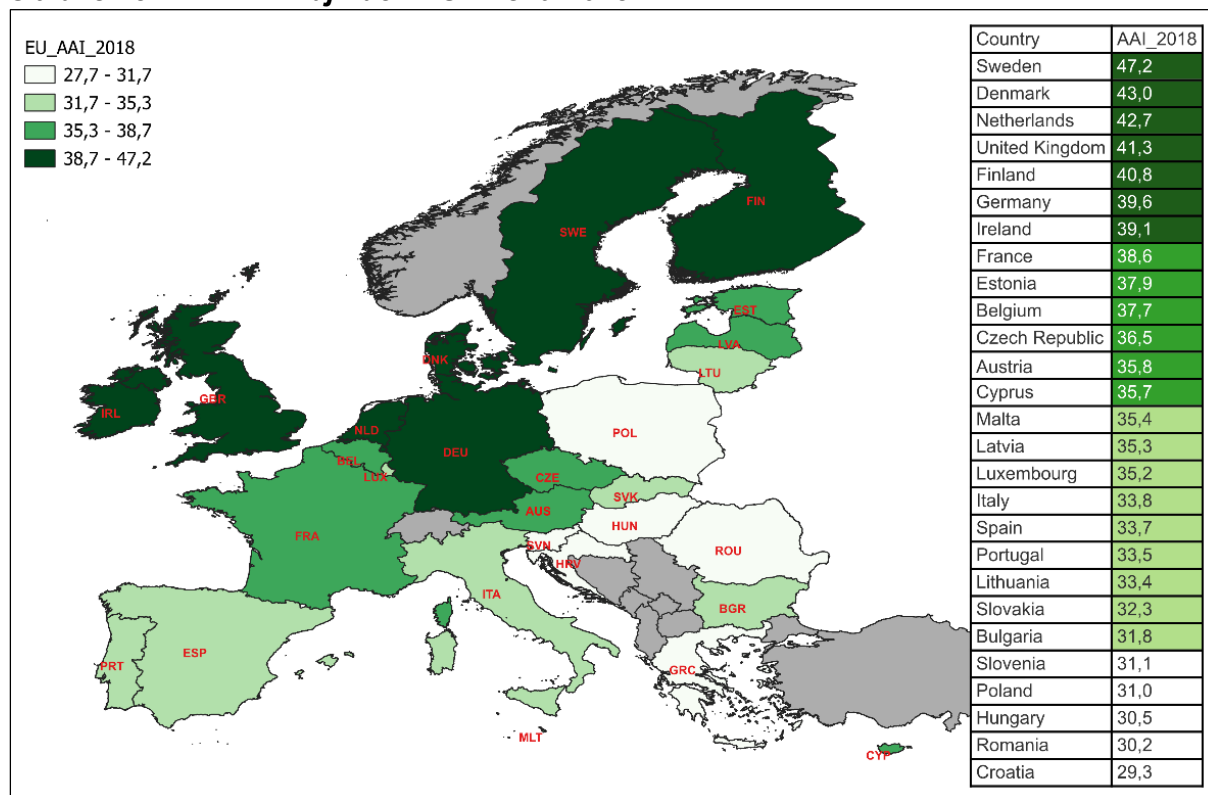
**Zdroj: Zaidi et al. (2013)**

Uvedených 22 individuálnych ukazovateľov sa zostavuje na základe údajov zistených v štyroch hlavných európskych zisťovaniach v domácnostiach. Sú to: Výberové zisťovanie pracovných síl (EU LFS), Zisťovanie o príjmoch a životných podmienkach (EU SILC), Európsky prieskum kvality života (EQLS) a Európska sociálna sonda (ESS). Ukazovatele strednej dĺžky života a zdravej dĺžky života sú poskytované v rámci projektu EÚ Európsky informačný systém o zdraví a očakávanej dĺžke života (EHLEIS). Údaje za ukazovateľ *Využívanie IKT* sa zbierajú v rámci Zisťovania o využívaní informačných technológií v domácnostiach (IKT). Výsledky uvedeného kompozitného indexu sa publikujú každé dva roky. Prvé hodnoty indexu boli predstavené v roku 2012, pričom sú publikované aj za rok 2010, posledné známe sú za rok 2018. V ostatných rokoch UNECE pracuje tiež na hľadaní možností konštrukcie indexu pre nečlenské krajiny EÚ a regionálnu úroveň.

## 2.2. INDEX AKTÍVNEHO STARNUTIA NA SLOVENSKU

Slovensko patrí medzi krajiny, ktoré sa umiestňujú v poslednej tretine hodnotených 28 krajín Európskej únie, ale v sledovanom období od roku 2010 je zrejmý pozitívny vývoj. Pri prvej konštrukcii AAI sa Slovensko umiestnilo na predposlednej priečke, o dva roky neskôr, v roku 2012 sa posunulo o jednu priečku vyššie, rovnako v roku 2014, keď skončilo na 25. mieste hodnotených 28 krajín. V roku 2016 sa posunulo na 24. miesto. Zatiaľ v poslednom hodnotenom roku 2018 sme zaznamenali najvýraznejší skok na 21. miesto. Horšie hodnotenie dosiahli Bulharsko, Slovinsko, Poľsko, Maďarsko, Rumunsko a na poslednom mieste skončilo Grécko, ktoré v celom období dosahuje najhoršie hodnotenie (obrázok č. 2).

Obrázok č. 2: AAI v krajinách EÚ v roku 2018



Zdroj: vlastné spracovanie podľa UNECE/European Commission (2019)

Zmeny vo vekovom zložení populácie majú zásadné dôsledky pre trhy práce, domácnosti, sociálnu ochranu, vzdelávanie a zdravotnú starostlivosť, preto by sa mali

zohľadniť v strategických vládnych dokumentoch. Slovensko má vypracovaný Národný program aktívneho starnutia na roky 2021 – 2030 (Ministerstvo práce, sociálnych vecí a rodiny, 2021). Tento dokument reflektuje výzvy, ktoré vyplývajú pre Slovensko z Agendy 2030 pre udržateľný rozvoj (United Nations, 2015) spredmetnené v návrhu Vízie a stratégie Slovenska do roku 2030 – dlhodobej stratégie udržateľného rozvoja Slovenskej republiky – Slovensko 2030 (Ministerstvo investícií, regionálneho rozvoja a informatizácie SR, 2020). Oba dokumenty sú záväzným rámcovým plánom na úspešné riešenie problému starnutia populácie.

Aj napriek výraznému posunu je pre našu krajinu problematika aktívneho starnutia stále aktuálna a jej riešenie ostáva výzvou do ďalších období, pretože intenzita starnutia sa bude aj naďalej zrýchľovať.

### 3. PRÍSTUPY K MERIANIU AAI NA REGIONÁLNEJ ÚROVNI

Analýza AAI indexu na regionálnej úrovni (ďalej R\_AAI) má svoj význam, keďže:

1. vysvetľuje regionálne vplyvy na celkovú hodnotu/celonárodného AAI v medzinárodnom porovnaní EÚ,
2. monitoruje a identifikuje slabé a silné stránky jednotlivých komponentov/dimenzií/premenných AAI indexu, t. j. aktívneho starnutia v územných jednotkách uvažovanej krajiny,
3. môže slúžiť pri tvorbe/návrhu primeraných miestnych/regionálnych sociálnych opatrení na zlepšenie aktívneho starnutia/kvality života staršieho obyvateľstva (tie sa zväčša nevytvárajú/nerealizujú na národnej úrovni),
4. môže slúžiť na lepšie využitie potenciálu staršieho obyvateľstva, jeho participácie v ekonomickom a sociálnom živote regiónu, resp. krajiny.

Fakt, že výpočet AAI indexu je možný aj na regionálnej úrovni, či už na NUTS2 alebo NUTS3 potvrdzujú aj nasledovné realizované analýzy vo vybraných krajinách EÚ (tabuľka č. 2).

**Tabuľka č. 2: Výpočty R\_AAI vo vybraných krajinách EÚ**

Krajina	Územná úroveň	AAI na rok/y	Počet územných jednotiek	Poznámka k indexu
Česká republika	NUTS2	2013	8 kohéznych regiónov	Celkový, podľa pohlaví
Nemecko	NUTS3	2016	30 okresov a nezávislých miest (Landkreise, kreisfreie Städte)	Celkový, podľa pohlaví
Poľsko	NUTS2	2013, 2014, 2015	16 vojvodstiev	Celkový
Španielsko	NUTS2	2013	17 regiónov	Celkový
	NUTS3	2014, 2016, 2018	Bizkaia – 1 provincia v Baskicku	Celkový, podľa pohlaví, vývoj v čase
Taliansko	NUTS1	2007, 2009, 2012, 2016	3 geografické makro-územia (sever reprezentuje severovýchod a severozápad)	Celkový, podľa pohlaví, vývoj v čase, podľa: úrovne vzdelania, príjmu, rodinného kontextu a typu lokality
	NUTS1	2016	4 oblasti	Celkový, podľa pohlaví
	NUTS2	2007, 2012, 2018	21 regiónov	Celkový, podľa pohlaví

**Zdroj: vlastné spracovanie podľa (Bauknecht et al., 2016), (Perek-Białas, Zwierzchowski 2016), (Principi et al., 2019), (Principi et al., 2021), (Rodríguez-Rodríguez et al., 2017), (Vidovičová, Petrová Kafková, 2016), (Zaidi et al., 2013), (Zannella et al., 2021).**

Pri výpočte R\_AAI sa aplikoval koncepčný rámec oficiálnej metodiky UNECE, ale niektoré ukazovatele sa v analýzach vylúčili (napr. indikátory 1.3, 1.4, 2.2 2.3 v prípade Poľska), alebo modifikovali/upravili (napr. indikátor 4.1. sa rozšíril na 4.1a) a b)). V prípade Poľska išlo o prvú analýzu AAI realizovanú na regionálnej úrovni. V poľskej analýze boli modifikované aj váhy indikátorov v rámci uvažovaných domén, ako aj váhy pre domény, R\_AAI bol vypočítaný pre 3 varianty váh domén. Z dôvodu obmedzení údajov na regionálnej úrovni v celoeurópskych prieskumoch (SILC, LFS a ďalšie) v analýzach R\_AAI boli využité aj alternatívne zdroje, napr. z existujúcich zdrojov príslušných štatistických úradov (periodické národné prieskumy (Bauknecht et al., 2016, p. 26), (Bacigalupe et al., 2018, p. 109 – 111), (Principi et al., 2019, p. 14), (Principi et al., 2021, p. 11 – 13), (Rodríguez-Rodríguez et al., 2017, p. 30), (Vidovičová, Petrová Kafková, 2016, p.55), (Zannella et al., 2021, p.5), resp. v prípade španielskej provincie Bizkaia to boli aj primárne údaje získané od respondentov telefonického prieskumu (rozhovorov), ktorými sa získali podklady pre 12 indikátorov chýbajúcich v oficiálnych štatistikách Baskicka. Len pri Nemecku sa podarilo zrealizovať analýzu R\_AAI na úrovni NUTS3 pre viac ako jednu územnú jednotku (vzhľadom k malej robustnosti dátových súborov býva táto nomenklatúrna úroveň problém). Táto R\_AAI analýza ponúka aj detailný opis alternatívnych zdrojov údajov (národných prieskumov) a premenných, t. j. konkrétnych otázok, na základe ktorých bola a môže byť premenná vypočítaná (Bauknecht et al., 2016, p. 48 – 88). V poslednom stĺpci tabuľky č. 2 pozorujeme, že okrem celkového R\_AAI pre analyzované územné jednotky sa v niektorých analýzach vypočítali R\_AAI aj osobitne pre obe pohlavia (sledovanie rodových rozdielov), pri Taliansku na úrovni NUTS1 aj podľa úrovne vzdelania, príjmu, rodinného kontextu (napr. žije sám, v páre, v rodine) a typu lokality (napr. mestská, vidiecka oblasť) (Principi et al., 2019).

Konštatujeme, že pri výpočte R\_AAI sa vychádza z rovnakého koncepčného rámca (podľa UNECE metodiky) a flexibilita je možná či už pri ukazovateľoch (možno ich implementovať prostredníctvom rôznych premenných), pri váhach indikátorov v rámci domény alebo medzi doménami a nakoniec aj v použitých dátových zdrojoch (národné prieskumy a zisťovania v kombinácií viacerých rokov). Je potrebné mať na pamäti, že vďaka tejto flexibilita sú ale však výsledky R\_AAI na príslušnej nomenklatúrnej úrovni porovnateľné len v rámci určitého geografického celku, napr. v rámci konkrétnej krajiny.

V roku 2015 a 2016 UNECE zorganizovala dva workshopy na výpočet AAI (v Ženeve a Minsku), o. i. aj pre špecialistov z národných štatistických úradov krajín východnej Európy, Kaukazu, Strednej Ázie a západného Balkánu, kde sa ukázala potreba jasných metodických usmernení na výpočet AAI a rád na identifikáciu alternatívnych zdrojov údajov a premenných. Následne sa v rámci spoločného projektu UNECE a Generálneho riaditeľstva Európskej komisie pre zamestnanosť, sociálne záležitosti a začlenenie vypracovalo a v auguste 2018 publikovalo usmernenie na aplikáciu výpočtu AAI v krajinách mimo EÚ, resp. výpočtu AAI na regionálnej úrovni.

Toto usmernenie (pozri UNECE/European Commission, 2018) poskytuje podrobný opis metodiky, definície všetkých ukazovateľov, použité zdroje údajov a princípy flexibility pri implementácii metodiky. Flexibilita a transparentnosť metodiky umožňuje vykonať výpočet pre rôzne podskupiny obyvateľstva, podľa typu osídlenia, úrovne blahobytu, bydliska, samozrejme v prípade existencie a dostupnosti príslušných

národných štatistík. Použité dátové zdroje by mali byť relevantné, spoľahlivé, pravidelné a reprezentatívne, nie staršie ako 4 roky od uskutočnenia výpočtu. Keďže tie sú najväčším problémom, odporúčajú sa pre nich nasledujúce kritéria:

1. dotazník obsahuje aspoň nejaké informácie na výpočet AAI,
2. údaje sú kvalitné (sú známe postupy zberu a práce v teréne), vzorka je v danej nomenklatúrnej úrovni reprezentatívna, spoločnosť realizujúca zber údajov je spoľahlivá,
3. ide o opakované alebo dlhodobé zisťovania, aby bolo možné realizovať výpočty za rôzne roky a sledovať tak vývoj indexu,
4. údaje by mali byť porovnateľné v rámci zamýšľanej oblasti, ak sa uvažujú porovnania s inými oblasťami na danej nomenklatúrnej úrovni, mala by sa porovnať prípadná odlišná metodika.

Originálne UNECE váhy sú navrhnuté v kombinácii subjektívneho názoru expertov a priemerných hodnôt indikátora za krajiny EÚ. Suma váh indikátorov v rámci domény, resp. pre všetky uvažované domény sa rovná 1, resp. 100. Čo sa týka flexibility váh, usmernenie odporúča tieto prístupy:

1. upraviť váhy s ohľadom na priority sociálneho rozvoja a priemerných hodnôt indikátorov,
2. vyjadriť kladné indikátory v normalizovanom tvare (s ohľadom na minimum a maximum daného ukazovateľa) a potom použiť vlastné/implicitné váhy (v tomto prípade je však komplikovaná priama interpretácia dosiahnutých výsledkov),
3. vyhodnotiť ukazovatele oddelene, jednotlivo, bez váhovania a agregácie (v tomto prípade sa však stratí výhoda integrovaného komplexného obrazu).

Usmernenie obsahuje opis používaných a odporúčaných alternatívnych dátových zdrojov, ktoré môžu byť či už z medzinárodných alebo národných prieskumov (z nich však niektoré indikátory nie je možné získať a vypočítať, napr. pre 2. doménu sociálnej participácie), príklady inštitucionálnych socio-demografických prieskumov, registrov a konkrétnych špeciálnych prípadov zberu dát (napr. telefonický prieskum v prípade španielskej provincie Bizkaia), ako aj prehľadnú ukážku možných alternatívnych premenných (UNECE/European Commission, 2018, p. 16.) Výpočet AAI na regionálnej úrovni sa odporúča realizovať v nasledujúcich 10 krokoch:

1. definícia cieľa (EÚ porovnanie, regionálne účely, podľa pohlavia, vzdelania, obydľia...),
  2. identifikácia možných dátových zdrojov, ktoré spĺňajú podmienku relevantnosti, spoľahlivosti, reprezentatívnosti a resp. aj pravidelnosti,
  3. výber váhovacej metódy,
  4. výber zástupných premenných (ak sú potrebné),
  5. výpočet uvažovaných indikátorov indexu,
  6. agregácia indikátorov do domén,
  7. výpočet celkového AAI indexu,
  8. voľba požadovanej, resp. očakávanej hodnoty na základe poznania situácie v regióne,
  9. analýza výsledkov (v zmysle sociálneho a ekonomického kontextu, vyhýbať sa normatívnym hodnoteniam a verdiktom),
  10. test spoľahlivosti a porovnateľnosti.
- (UNECE/European Commission, 2018, p. 9.)

#### 4. AAI V REGIÓNOCH SLOVENSKA

Pri hodnotení úrovne aktívneho starnutia na úrovni krajov na Slovensku (NUTS3) sme použili rovnaký prístup, ako bol opísaný v metodike UNECE na úrovni krajín EÚ. Na výpočet indikátorov boli stanovené a použité zdroje produkované v rámci Európskeho štatistického systému a jeden zdroj mimo systému – Európske sociálne zisťovanie (ESS 2020). Naším zámerom bolo v maximálnej miere použiť zdroje údajov identické s pôvodnou metodikou a použiť pokiaľ možno aktuálne databázy údajov, posledné, ktoré sú k dispozícii, aj keď sa nebude zhodovať referenčné obdobie. S výnimkou zisťovania o zdraví a ESS ide o údaje za roky 2022 a 2023.

Hlavným zdrojom údajov na výpočet 10 z 22 indikátorov je EU SILC, harmonizované európske zisťovanie zamerané na zber údajov o chudobe, sociálnom vylúčení a príjmovej nerovnosti. Zisťovanie sa realizuje od roku 2005. Okrem týchto ukazovateľov je zber každý rok zameraný na sekundárne ukazovatele, medzi ktoré patrí napr. politická a sociálna participácia, dobrovoľníctvo alebo subjektívne hodnotenie kvality života (mentálna pohoda). Tieto údaje sa zbierajú prostredníctvom ad-hoc modulov s 3- a 6- ročnou frekvenciou. Pri šiestich indikátoroch sa využilo Výberové zisťovanie pracovných síl, ktoré sa realizuje na Slovensku nepretržite od roku 1993, pričom od roku 2003 je zabezpečená plná harmonizácia zisťovania s metodikou Eurostatu. Jeho cieľom je produkcia údajov o stave, štruktúre a vývoji trhu práce na Slovensku, pričom vychádza z merania zamestnanosti, nezamestnanosti a ekonomickej neaktivity. Jediným zdrojom údajov na výpočet indikátora 4.4 bolo Zisťovanie o využívaní informačno – komunikačných technológií v domácnostiach (IKT HH), ktoré realizuje Štatistický úrad SR od roku 2004. Prostredníctvom tohto harmonizovaného výberového zisťovania sa získavajú údaje o digitálnej zručnosti obyvateľov a využívaní nových technológií. Pre výpočet ukazovateľov 2.3 a 3.1 sme využili Zisťovanie o zdraví (EHIS), ktoré sa naposledy realizovalo v roku 2019, a pripravuje sa nová vlna zisťovania v roku 2025. Cieľom tohto zisťovania je zber údajov o subjektívnom hodnotení zdravia, chorobách, zdravotných determinantoch a službách v oblasti zdravia.

Jediným zdrojom mimo Európskeho štatistického systému je Európske sociálne zisťovanie (ESS). Mapuje postoje, presvedčenia a vzorce správania v 30 krajinách. Prieskum je koordinovaný hlavným vedeckým tímom (Core Scientific Team) zo City University of London. Ďalšími spolukoordinujúcimi inštitúciami sú Leibniz Institute for the Social Sciences/GESIS (Nemecko), Norwegian Centre for Research Data, Bergen/NSD (Nórsko), The Netherlands Institute for Social Research/SCP (Holandsko), Universitat Pompeu Fabra (Španielsko), University of Essex (Spojené kráľovstvo), University of Leuven (Belgicko) a University of Ljubljana (Slovinsko). V súčasnej dobe je k dispozícii desať dátových vln.

##### 4.1. DOMÉNA I. ZAMESTNANOSŤ

Autori metodiky UNECE použili v prvej doméne ukazovatele zamestnanosti v štyroch vekových kategóriách najstaršej populácie, a to: 55 – 59 rokov, 60 – 64 rokov, 65 – 69 rokov a 70 – 74 rokov. Zdrojom údajov na konštrukciu ukazovateľov bolo Výberové zisťovanie pracovných síl (EU LFS) rovnako ako v prípade oficiálnej metodiky UNECE na výpočet AAI v jednotlivých európskych krajinách. Vzhľadom na dostupnosť údajov a reprezentatívnosť výberu podľa krajov sme mali možnosť využiť údaje zo zisťovania realizovaného v roku 2023. Výsledky R\_AAI podľa krajov sú zobrazené v tabuľke nižšie (tabuľka č. 3).

**Tabuľka č. 3: Hodnoty ukazovateľov podľa krajov v doméne I. zamestnanosť**

Ukazovateľ		1.1. Miera zamestnanosti vo veku 55 – 59 rokov	1.2. Miera zamestnanosti vo veku 60 – 64 rokov	1.3. Miera zamestnanosti vo veku 65 – 69 rokov	1.4. Miera zamestnanosti vo veku 70 – 74 rokov
č.	kraj/zdroj	EU LFS 2023	EU LFS 2023	EU LFS 2023	EU LFS 2023
	<b>SR</b>	<b>81,7</b>	<b>51,2</b>	<b>11,3</b>	<b>3,7</b>
1	BA	92,8	64,0	23,7	8,8
2	TT	87,7	45,7	6,0	1,1
3	TR	81,2	42,5	9,6	3,5
4	NR	81,9	55,2	10,5	2,4
5	ZA	86,9	49,1	9,1	4,9
6	BB	79,0	55,6	13,4	4,8
7	PO	73,8	51,9	7,9	1,0
8	KE	73,4	44,5	8,7	2,8

Legenda: BA – Bratislavský kraj, TT – Trnavský kraj, TR – Trenčiansky kraj, NR – Nitriansky kraj, ZA – Žilinský kraj, BB – Banskobystrický kraj, PO – Prešovský kraj, KE – Košický kraj.

**Zdroj: vlastné spracovanie**

#### 4.2. DOMÉNA II. ÚČASŤ V SPOLOČNOSTI

Podľa oficiálnej metodiky UNECE je zdrojom údajov na výpočet všetkých ukazovateľov v druhej doméne Európsky prieskum kvality života (EQLS), pričom posledný prieskum bol realizovaný v roku 2016. Ukazovatele s príbuzným obsahom poskytujú údaje z prieskumu EU SILC, ktoré sme využili na konštrukciu ukazovateľov 2.1, 2.2 a 2.4, pričom obsah ukazovateľa 2.4 bol totožný s oficiálnou metodikou UNECE. Na konštrukciu ukazovateľa 2.3. sme využili údaje zo zisťovania EHIS 2019. Definícia ukazovateľov 2.1 – 2.3 bola nasledujúca:

- 2.1: Podiel ľudí vo veku od 55 rokov, vykonávajúcich organizovanú neplatenú dobrovoľnícku prácu (aspoň raz za posledných 12 mesiacov).
- 2.2: Podiel detí vo veku 12 rokov a menej, ktorým sa poskytuje neplatená starostlivosť (vykonávaná starými rodičmi, inými príbuznými, priateľmi, susedmi alebo inými členmi domácnosti (okrem rodičov detí)) aspoň jednu hodinu v týždni.
- 2.3: Podiel ľudí vo veku od 55 rokov, ktorí poskytujú starostlivosť alebo pomoc jednej alebo viacerým osobám (rodinným príslušníkom) so zdravotnými problémami súvisiacimi s vysokým vekom, s chronickými zdravotnými problémami alebo postihnutím minimálne raz týždenne (okrem profesionálnych činností).

Údaje zo zisťovaní sme využili na zostavenie ukazovateľov v regiónoch Slovenska s výsledkami (tabuľka č. 4).



**Tabuľka č. 4: Hodnoty ukazovateľov podľa krajov v doméne II. účasť v spoločnosti**

Ukazovateľ		2.1 Dobrovoľnícka činnosť	2.2 Starostlivosť o deti	2.3 Starostlivosť o dospelých	2.4 Politická participácia
č.	kraj/zdroj	EU SILC 2022	EU SILC 2023	EHIS 2019	EU SILC 2022
	<b>SR</b>	<b>11,6</b>	<b>26,8</b>	<b>10,5</b>	<b>2,9</b>
1	BA	10,1	29,0	7,7	5,3
2	TT	22,4	27,5	11,3	4,0
3	TR	10,3	28,0	13,9	0,6
4	NR	8,9	14,7	10,4	0,1
5	ZA	11,8	13,1	7,6	5,0
6	BB	19,9	48,4	12,8	5,8
7	PO	7,1	37,1	9,4	1,3
8	KE	5,1	16,7	11,5	1,2

Legenda: BA – Bratislavský kraj, TT – Trnavský kraj, TR – Trenčiansky kraj, NR – Nitriansky kraj, ZA – Žilinský kraj, BB – Banskobystrický kraj, PO – Prešovský kraj, KE – Košický kraj.

**Zdroj: vlastné spracovanie**

#### 4.3. DOMÉNA III. NEZÁVISLÉ, ZDRAVÉ A BEZPEČNÉ BÝVANIE

Najviac ukazovateľov na konštrukciu AAI obsahuje doména III. Jej ukazovatele majú rovnaký zdroj údajov ako ukazovatele oficiálnej metodiky UNECE okrem ukazovateľa 3.1, ktorý čerpal údaje zo zisťovania EHIS 2019 a nie z Eurobarometra. Štyri z ôsmich ukazovateľov majú obsah prispôbený súčasnej použitej metodike zisťovania. Ide o nasledujúce ukazovatele:

- 3.1: Podiel ľudí vo veku od 55 rokov, ktorí sa takmer každý deň (5 alebo 6 dní do týždňa) minimálne 10 minút nepretržite venujú športu, cvičia alebo vykonávajú rekreačné (voľnočasové) fyzické aktivity, ktoré spôsobujú aspoň malé zrýchlenie dychu alebo srdcovej činnosti.
- 3.2: Podiel ľudí vo veku od 55 rokov, u ktorých sa nevyskytla v priebehu posledných 12 mesiacov situácia, keď skutočne potrebovali lekárske, resp. zubné vyšetrenie (alebo liečbu) a táto im nebola poskytnutá.
- 3.6: 100 - podiel ľudí vo veku od 65 rokov, ktorí sú ohrození závažnou materiálnou a sociálnou depriváciou (nemôžu si dovoliť aspoň 7 z 13 položiek).
- 3.7: Podiel ľudí vo veku od 55 rokov, ktorí nemajú problém s kriminalitou, násilím alebo vandalizmom vo svojom byte alebo obydľí, resp. v mieste, kde žijú.

Využitím hodnôt získaných zo všetkých uvedených zisťovaní sme vypočítali ukazovatele v jednotlivých regiónoch Slovenska s výsledkami v tabuľke č. 5.

**Tabuľka č. 5: Hodnoty ukazovateľov podľa krajov v doméne III. nezávislé, zdravé a bezpečné bývanie**

Ukazovateľ		3.1. Fyzická aktivita	3.2. Potreby zdravotnej starostlivosti	3.3. Nezávislé bývanie	3.4. Relatívny mediánový príjem	3.5. Miera chudoby	3.6. Materiálna deprivácia	3.7. Osobná bezpečnosť	3.8. Celoživotné vzdelávanie
č.	kraj zdroj	EHIS 2019	EU SILC 2023	EU SILC 2023	EU SILC 2023	EU SILC 2023	EU SILC 2023	EU SILC 2023	EU LFS 2023
	SR	2,4	87,6	30,7	100,7	95,5	93,2	97,5	4
1	BA	4,3	95,8	44,3	99,2	99,3	95,4	98,4	8,1
2	TT	3,9	96,5	31,4	94,2	96,7	96,0	98,1	2,9
3	TR	2,1	83,7	36,3	94,7	96,4	89,2	99,6	2,6
4	NR	0,4	89,1	35,9	102,8	97,4	91,6	96,1	1,2
5	ZA	0,2	95,2	44,3	100,4	96,7	94,5	98,6	3,2
6	BB	2,8	65,1	37,5	97,7	95,9	91,9	94,0	7,0
7	PO	2,2	84,2	12,5	106,1	88,2	89,6	98,0	1,6
8	KE	2,9	91,1	29,9	109,6	93,4	97,4	97,1	5,4

Legenda: BA – Bratislavský kraj, TT – Trnavský kraj, TR – Trenčiansky kraj, NR – Nitriansky kraj, ZA – Žilinský kraj, BB – Banskobystrický kraj, PO – Prešovský kraj, KE – Košický kraj.

**Zdroj: vlastné spracovanie**

#### 4.4. DOMÉNA IV. SPÔSOBILOSŤ NA AKTÍVNE STARNUTIE

Posledná doména využíva rovnaký zdroj údajov ako oficiálna metodika UNECE s výnimkou ukazovateľa 4.3, v ktorom nahrádza údaje zo zisťovania EQLS údajmi zo zisťovania EU SILC (konkrétne jeho ad hoc modul z roku 2022).

Obsah prvých troch ukazovateľov je opäť prispôbený dostupným údajom zo zisťovania a ich definícia je nasledujúca:

- 4.1: Podiel osôb vo vekovej kategórii 55 – 59 rokov, ktorí sa dožijú ešte ďalších 50 rokov.
- 4.2: Podiel strednej dĺžky života v dobrom vnímanom zdraví vo veku 55 rokov ku strednej dĺžke života vo vekovej skupine 55 – 59 rokov.
- 4.3: Podiel ľudí vo veku od 55 rokov, ktorí za posledné štyri týždne (od času zisťovania) sa cítili šťastní (metodika prispôbená AAI UNECE).

Údaje z uvedených zdrojov sme využili na konštrukciu ukazovateľov štvrtej domény v jednotlivých regiónoch ako aj na výpočet hodnoty za celé Slovensko (tabuľka č. 6).

**Tabuľka č. 6: Hodnoty ukazovateľov podľa krajov v doméne IV. spôsobilosť na aktívne starnutie**

Ukazovateľ		4.1. Zostávajúci 50 rokov strednej dĺžky života vo veku 55 rokov	4.2. Podiel zdravých rokov života vo veku 55 rokov	4.3. Mentálna pohoda	4.4. Využívanie IKT	4.5. Sociálny kontakt	4.6. Dosiahnuté vzdelanie
č.	kraj zdroj	EHLEIS 2023	EHLEIS 2023	EU SILC 2022	IKT HH 2023	ESS 2020	EU LFS 2023
	SR	52,0	30,9	79,5	66,5	40	89
1	BA	51,2	29,5	82,9	78,3	39,4	94,9
2	TT	47,3	31,6	76,8	64,3	37,2	85,1
3	TR	48,1	31,1	80,4	63,7	48,4	92,5
4	NR	46,5	32,1	77,0	55,2	35,6	86,8
5	ZA	47,2	31,4	77,6	62,7	37,7	90,5
6	BB	46,2	32,3	78,7	70,6	62,3	89,6
7	PO	48,4	31,0	84,7	66,4	37,4	84,5
8	KE	46,9	31,8	77,8	70,4	26,1	88,1

Legenda: BA – Bratislavský kraj, TT – Trnavský kraj, TR – Trenčiansky kraj, NR – Nitriansky kraj, ZA – Žilinský kraj, BB – Banskobystrický kraj, PO – Prešovský kraj, KE – Košický kraj.

**Zdroj: vlastné spracovanie**

#### 4.5. REGIONÁLNY INDEX AKTÍVNEHO STARNUTIA

Index aktívneho starnutia je kompozitným indexom, ktorý agreguje individuálne indexy do doménových a tie následne do celkového AAI za príslušný geografický priestor. Využíva metódu lineárnej agregácie a váhy individuálnych aj doménových indexov. Oficiálna metodika UNECE na výpočet AAI na národnej úrovni navrhuje použitie tzv. explicitných váh v nasledujúcej štruktúre (tabuľka č. 7).

**Tabuľka č. 7: Váhy ukazovateľov a domén pre agregáciu pre výpočet celkového Indexu aktívneho starnutia podľa metodiky UNECE**

	Ukazovatele								Domény
Ukazovateľ	1.1	1.2	1.3	1.4					I.
Váha	25	25	25	25					35
Ukazovateľ	2.1	2.2	2.3	2.4					II.
Váha	25	25	30	20					35
Ukazovateľ	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	III.
Váha	10	20	20	10	10	10	10	10	10
Ukazovateľ	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6			IV.
Váha	33,3	23,3	16,7	6,7	13,3	6,7			20

**Zdroj: vlastné spracovanie podľa Zaidi a kol. (2013)**

Postup konštrukcie R\_AAI sme sa snažili v maximálnej miere prispôbiť oficiálnej metodike UNECE na národnej úrovni a hľadať dostupné zdroje údajov na regionálnej úrovni tak, aby sme mohli vytvoriť obsahovo čo najpodobnejší kompozitný index na úrovni krajov. Rovnako sme využili aj vyššie uvedené váhy, odporúčané metodikou na

národnej úrovni. Lineárna agregácia ukazovateľov v doménach umožnila tvorbu doménových indexov a zostavenie poradia krajov podľa úrovne aktívneho starnutia v danej oblasti (doméne). Agregáciou doménových indexov sme vytvorili celkový regionálny index aktívneho starnutia na úrovni krajov Slovenska, na základe ktorého hodnôt sme vedeli zostaviť poradie krajov (tabuľka č. 8).

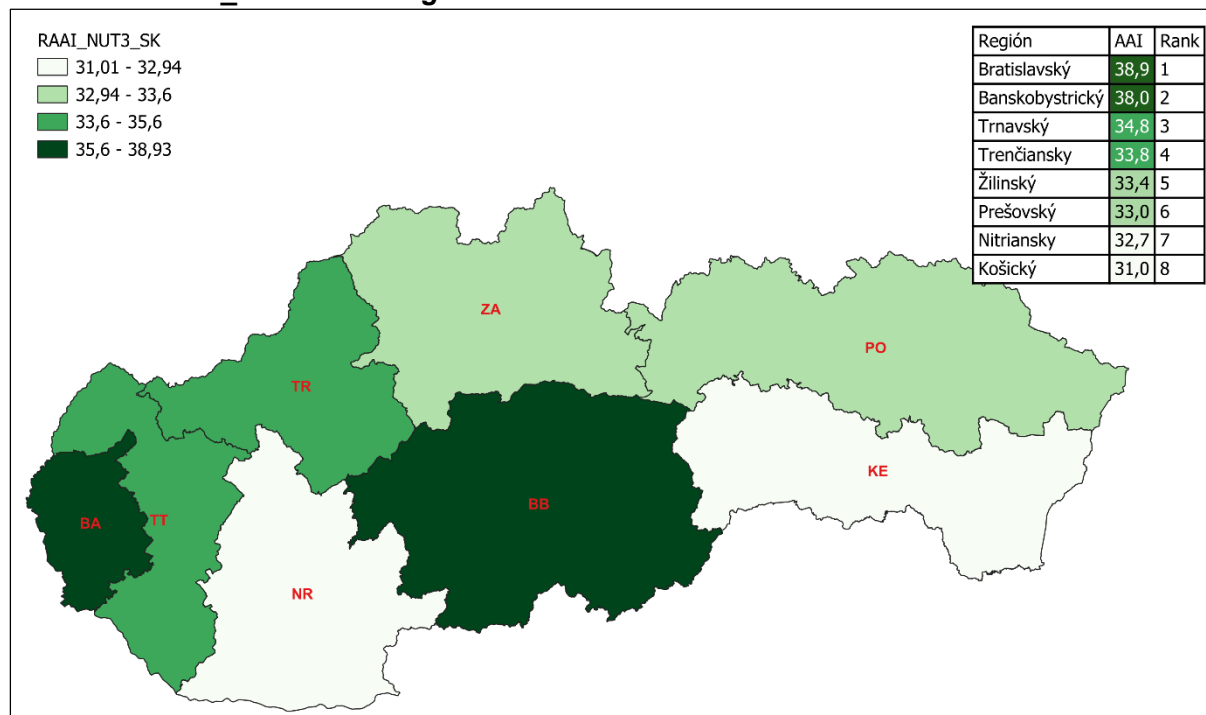
**Tabuľka č. 8: Poradie krajov podľa výsledkov agregácie ukazovateľov v doménach a celkové hodnotenie krajov podľa úrovne aktívneho starnutia**

Regionálny AAI 2024		Hodnota indexov v doménach				Poradie v doménach				Celková hodnota R_AAI	Poradie podľa R_AAI
č./kraj		I.	II.	III.	IV.	I.	II.	III.	IV.		
SR		37,0	13,3	63,0	53,5					34,6	
1	BA	47,3	13,1	68,5	54,6	1	5	1	2	38,9	1
2	TT	35,1	16,7	64,8	50,9	5	2	4	6	34,8	3
3	TR	34,2	13,9	62,5	53,5	6	4	6	3	33,8	4
4	NR	37,5	9,0	64,0	50,0	3	8	5	8	32,7	7
5	ZA	37,5	9,5	67,3	51,2	3	6	2	5	33,4	5
6	BB	38,2	22,1	59,5	55,0	2	1	7	1	38,0	2
7	PO	33,7	14,1	57,9	52,5	7	3	8	4	33,0	6
8	KE	32,4	9,1	64,8	50,1	8	7	3	7	31,0	8

Legenda: BA – Bratislavský kraj, TT – Trnavský kraj, TR – Trenčiansky kraj, NR – Nitriansky kraj, ZA – Žilinský kraj, BB – Banskobystrický kraj, PO – Prešovský kraj, KE – Košický kraj.

**Zdroj: vlastné spracovanie**

**Obrázok č. 3: R\_AAI 2024 v regiónoch SR**



Legenda: BA – Bratislavský kraj, TT – Trnavský kraj, TR – Trenčiansky kraj, NR – Nitriansky kraj, ZA – Žilinský kraj, BB – Banskobystrický kraj, PO – Prešovský kraj, KE – Košický kraj

**Zdroj: vlastné spracovanie**

Grafickým vyjadrením zistených výsledkov úrovne aktívneho starnutia v regiónoch na Slovensku je obrázok č. 3, z ktorého je zrejme rozdelenie krajov podľa kvartilov hodnôt regionálneho AAI.

Najvyššiu úroveň aktívneho starnutia dosahuje Bratislavský kraj, ktorý zaznamenal vysoké hodnotenie predovšetkým v prvej, tretej a štvrtej doméne. Horšie umiestnenie kraja v doméne participácie v spoločnosti môže súvisieť s imigráciou a intenzívnymi suburbanizačnými procesmi, pre ktoré je typická nízka miera participácie (Moravanská, 2010). Prekvapením je umiestnenie Banskobystrického kraja, ktorý dosiahol najlepšie hodnotenie v oblasti participácie starších ľudí v spoločnosti (2. doména), ale aj schopnosti aktívneho starnutia (4. doména), zatiaľ čo najväčšie rezervy má v oblasti zdravého, nezávislého a bezpečného bývania. Na poslednom mieste sa umiestnil Košický kraj. Zdôvodnenie umiestnenia jednotlivých krajov v rebríčku merania úrovne aktívneho starnutia by si vyžadovalo dôkladnú hĺbkovú analýzu. Z poskytnutých výsledkov je však možné identifikovať ktoré oblasti života staršieho obyvateľstva v danom kraji poskytujú možnosti na ich aktivizáciu a naopak, v ktorých oblastiach slovenské regióny musia pracovať na zlepšení.

#### 4.6. HODNOTENIE POUŽITEJ METODIKY

Na výpočet regionálneho indexu aktívneho starnutia sme využili aktuálne či posledné známe údaje zo zisťovaní, ktoré sa realizujú a sú reprezentatívne nielen na národnej, ale aj na krajskej úrovni. V prípade potreby substitúcie nedostupného ukazovateľa alebo zdroja údajov sme sa snažili v maximálnej možnej miere priblížiť definícii ukazovateľov použitých v oficiálnej metodike UNECE. Vzhľadom na to, že sme prvýkrát zostavili a vyčíslili hodnotu ukazovateľov na regionálnej úrovni, nie je možné posúdiť mieru úspešnosti tohto postupu. Jedinou možnosťou je porovnanie rozdielov medzi hodnotou individuálnych ukazovateľov AAI na národnej úrovni v poslednom roku publikovania prostredníctvom UNECE, t. j. v roku 2018 a jeho hodnotou, ktorú sme vyčíslili našou metodikou R\_AAI za rok 2023. Na možné vyhodnotenie kvality tohto postupu je vhodné porovnať rozdiely medzi veľkosťou hodnôt indikátorov. Najväčší rozdiel vykazuje ukazovateľ 3.3 (podiel ľudí vo veku od 75 rokov, ktorí žijú sami v jednočlennej domácnosti alebo v dvojčlennej domácnosti), ktorý mal v roku 2018 hodnotu 74,2 a pri použití vyššie opísanej metodiky R\_AAI mal hodnotu 30,7, čo preukazuje zhoršenie situácie v danej oblasti. Zdôvodnením tohto výrazného rozdielu však môže byť vylúčenie kolektívnych domácností zo zisťovania EU SILC. Výraznejší rozdiel výsledkov tiež vykazuje ukazovateľ 3.7 (podiel ľudí vo veku od 55 rokov, ktorí nemajú problém s kriminalitou, násilím alebo vandalizmom vo svojom byte alebo obydli, resp. v mieste kde žijú), pri ktorom sme sa však museli priblížiť definícii metodiky UNECE (podiel ľudí vo veku od 55 rokov, ktorí sa cítia veľmi bezpečne, alebo bezpečne keď kráčajú vo svojom okolí večer po zotmení). Rozdiel 20,7 je v prospech zlepšenia situácie v roku 2023.

#### 5. ZÁVER

Pri vstupe do 21. storočia je zrejme, že populačné starnutie prinesie zvýšené ekonomické a sociálne požiadavky na všetky krajiny. Prináša zásadné zmeny v potrebách jednotlivcov a spoločnosti, čo môže mať výrazné dôsledky pre zamestnanosť, úspory, spotrebu, ekonomický rast, hodnotu aktív a fiškálnu stabilitu. Tieto oblasti budú najviac ovplyvnené prebiehajúcim a očakávaným starnutím obyvateľstva. Podľa svetovej zdravotníckej organizácie krajiny si môžu dovoliť starnúť, ak vlády, medzinárodné organizácie a občianska spoločnosť sú schopné prijať

opatrenia a programy aktívneho starnutia, ktoré zabezpečujú zdravie, prispievajú k bezpečnosti, ale aj zabezpečujú účasť starších občanov na živote spoločnosti (WHO, 2002).

Aby sa predišlo negatívnym dôsledkom starnutia, je nevyhnutné pripraviť sa na tieto zmeny prostredníctvom dôkladných analýz a podpory zberu dostupných údajov. Generovanie ďalších dát na základe empirických zistení môže pomôcť zvýšiť pripravenosť spoločnosti na nadchádzajúce demografické výzvy.

Základný kameň merania úrovne starnutia na národnej úrovni postavili Svetová zdravotnícka organizácia definovaním základných princípov aktívneho starnutia a UNECE zostavením nástroja na jeho meranie. Viaceré krajiny sa sústredili na aplikovanie tejto metodiky na regionálnu úroveň pri rámcovom rešpektovaní základnej koncepcie. Slovensko sa doposiaľ nevenovalo meraniu úrovne aktívneho starnutia, preto sme sa snažili využiť všetky dostupné teoretické poznatky a dátové zdroje nato, aby sme mohli porovnať úspešnosť realizácie národných koncepcií v oblastiach aktívneho starnutia na krajskej úrovni.

Index aktívneho starnutia na národnej úrovni jeho tvorcovia publikovali aj v členení podľa pohlavia s cieľom poukázať na mieru aktivizácie starších ľudí v jednotlivých oblastiach života. V našom ďalšom výskume by sme chceli nadviazať na výpočet regionálneho AAI a vyčíslit' rozdiely v miere aktívneho starnutia práve medzi pohlaviami, prípadne podľa úrovne ukončeného vzdelania. Pri zostavovaní kompozitných indexov je jedným z kľúčových momentov vplyvajúcich na výsledok, vhodné nastavenie váh. Potvrdzujú to poznatky výsledkov konštrukcie R\_AAI v Poľsku, preto bude potrebné venovať sa aj tejto problematike.

Cieľom výskumného projektu indexu aktívneho starnutia bolo poskytnúť nový nástroj pre tvorcov politik v regionálnom priestore, ktorý umožní navrhnuť stratégie pri riešení problémov starnutia obyvateľstva a jeho vplyvov na spoločnosť založené na konkrétnych dostupných ukazovateľoch. Možnosť kvantifikácie úrovne aktívneho starnutia na regionálnej úrovni umožňuje posúdiť mieru úspešnosti národných a regionálnych stratégií, príp. lokálnych projektov pri riešení problémov súvisiacich so starnutím, resp. aktívnym starnutím populácie v regióne.

## LITERATÚRA

- Bauknecht, J. & Tiemann, E. & Velimsky, J. A. (2016). *Gerontology Study – Extending The Active Ageing Index To The Local Level In Germany*, Final Report, August 2016. Elet. <https://www.berndmarin.eu/wp-content/uploads/2016/11/EXTENDING-THE-ACTIVE-AGEING-INDEX-TO-THE-LOCAL-LEVEL-IN-GERMANY.pdf>
- Bacigalupe, A. & González-Rábago, Y. & Martín, U. & Murillo, S. & Unceta, A. (2018). The Active Aging Index in a southern European region (Biscay): Main results and potentials for policymaking. In *Building Evidence for Active Ageing Policies, Active Ageing Index and its Potential*. Springer Nature, (pp. 97 – 116). <https://doi.org/10.1007/978-981-10-6017-5>
- EUROPEAN COMMISSION. (2012). *The 2012 Ageing Report. Economic and budgetary projections for the 27 EU Member States (2010-2060)*. [https://ec.europa.eu/economy\\_finance/publications/european\\_economy/2012/pdf/ee-2012-2\\_en.pdf](https://ec.europa.eu/economy_finance/publications/european_economy/2012/pdf/ee-2012-2_en.pdf)

- Kalache, A. & Kickbusch, I. (1997). A global strategy for healthy ageing. *World health*, 50(4), 4 – 5. <https://iris.who.int/bitstream/handle/10665/330616/WH-1997-Jul-Aug-p4-5-eng.pdf>
- Ministerstvo investícií, regionálneho rozvoja a informatizácie SR. (2020). *Vízia a stratégia Slovenska do roku 2030 – dlhodobá stratégia udržateľného rozvoja Slovenskej republiky – Slovensko 2030*. Elet. <https://www.mirri.gov.sk/wp-content/uploads/2021/01/Slovensko-2030.pdf> (máj 2024)
- Ministerstvo práce sociálnych vecí a rodiny SR. (2021). *Národný program aktívneho starnutia na roky 2021 – 2030*. Elet. <https://www.employment.gov.sk/files/slovensky/ministerstvo/rada-vlady-sr-prava-seniorov/npas-2014-2020.pdf> (apríl 2024).
- Moravanská, K. (2010). Suburbanizácia na Slovensku a jej dosahy na vidiecke spoločenstvá. *Geographia Slovaca*, 27, 81 – 100.
- Perek-Białas & J., Zwierzchowski, J. (2016). *Wskaźnik aktywnego starzenia w ujęciu regionalnym – 2015, Opracowanie dla Departamentu Polityki Senioralnej Ministerstwo Rodziny, Pracy i Polityki Społecznej*, December 2016. Elet. <https://das.mpips.gov.pl/source/AAI%20w%20ujeciu%20regionalnym%202015.pdf>
- Principi, A. & Checucci, P. & Quattrociochi, L. (2019). *Criteria-specific analysis of the Active Ageing Index (AAI) in Italy*. Report. UNECE, co-founded by European Commission.
- Principi, A. & Di Rosa, M. & Domínguez-Rodríguez, A. & Varlamova, M. & Barbabella, F. & Lamura, G. & Socci, M. (2021). The Active Ageing Index and policy making in Italy, *Ageing & Society*, 43(11), 1 – 26. <https://doi.org/10.1017/S0144686X21001835>
- Rodríguez-Rodríguez, V. & Rojo-Pérez, F. & Fernández-Mayoralas, G. & Morillo-Tomas, R. & Forjaz, J., Prieto-Flores, M. E. (2017). Active Ageing Index: Application to Spanish Regions. *Journal of Population Ageing*, 10(1), 25 – 40. <https://doi.org/10.1007/s12062-016-9171-1>
- Sen, A. (1993). Internal consistency of choice. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 61(3), 495 – 521.
- Sen, A. K. (1996). Well-Being, Agency and Freedom: The Dewey Lectures 1984. *International Library of critical writings in Economics*, 63, 87 – 139.
- UNECE / European Commission (2018). *Active Ageing Index (AAI) in non-EU countries and at subnational level: Guidelines*, Elet. <https://unece.org/DAM/pau/age/Active Ageing Index/AAI Guidelines final.pdf> (september 2024).
- UNECE / European Commission (2019). *2018 Active Ageing Index: Analytical Report*. Elet. <https://unece.org/fileadmin/DAM/pau/age/Active Ageing Index/ACTIVE AGEING INDEX TRENDS 2008-2016 web with cover.pdf> (jún 2024).
- United Nations (2015). *Transforming our world: The 2030 agenda for sustainable development*. New York: United Nations, Department of Economic and Social Affairs, 1, 41.
- United Nations (2019). *World Population Prospects 2019: Highlights*.
- Vidovičová, L. & Petrová Kafková, M. (2016). Index aktivního stárnutí (AAI) v regionální aplikaci. *Demografie*, 58(1), 49 – 66. <https://www.seniorskapolitika.cz/webfiles/soubory/190124-clanek-vidovicova-kafkova.pdf>

- Walker, A. (2002). A strategy for active ageing. *International social security review*, 55(1), 121 – 139.
- World Health Organization. (2002). *Active ageing: A policy framework* (No. WHO/NMH/NPH/02.8). World Health Organization.
- Zaidi, A. & Gasior, K. & Hofmarcher, M. M. & Lelkes, O. & Marin, B. & Rodrigues, R. & Schmidt, A. & Vanhuysse, P. & Zolyomi, E. (2013). Active ageing index 2012. Concept, methodology and final results. Research Memorandum/Methodology Report, European Centre Vienna.
- Zannella, M. & Principi, A. & Lucantoni, D. & Barbabella, F. & Di Rosa, M. & Domínguez-Rodríguez, A. & Socci, M. (2021). Active Ageing: The Need to Address Sub-National Diversity. An Evidence-Based Approach for Italy. *Int. J. Environ. Res. Public Health* 18(24), 13319. <https://doi.org/10.3390/ijerph182413319>

## RESUMÉ

Na hodnotenie aktívneho starnutia v európskych štátoch bol vytvorený Index aktívneho starnutia. Tento index zahŕňa údaje zo štyroch základných domén: zamestnanosť, spoločenská angažovanosť, nezávislé bývanie a schopnosť aktívneho starnutia, pričom je zostavený na základe 22 ukazovateľov z európskych prieskumov. AAI bol analyzovaný na národnej úrovni medzi rokmi 2010 a 2018. Viaceré európske krajiny sa snažili prispôbiť metodiku na regionálnu úroveň, kvantifikovať R\_AAI na nižšej ako národnej úrovni a posúdiť rozdiely v miere úrovne aktívneho starnutia v regiónoch. Hodnotenie aktívneho starnutia v regiónoch Slovenska sme založili na oficiálnej metodike UNECE a využití údajov zo zdrojov Európskeho štatistického systému (jeden zdroj mimo systém – ESS 2020). Naším zámerom bolo v maximálnej miere použiť zdroje údajov identické s pôvodnou metodikou a použiť pokiaľ možno aktuálne databázy údajov. Skonstruované ukazovatele sme agregovali do kompozitného indexu, ktorý umožnil porovnať mieru úrovne aktívneho starnutia v krajoch Slovenska. Najvyššiu úroveň sme zaznamenali v Bratislavskom kraji, najnižšiu v Košickom kraji. Zostavenie individuálnych ukazovateľov, ako aj indexov v jednotlivých doménach umožňuje posúdiť mieru úspešnosti realizovaných stratégií aktívneho starnutia na regionálnej úrovni, resp. hľadať rezervy pri ich napĺňaní.

## RESUME

The Active Ageing Index was developed to assess active ageing in the European countries. This index includes data from four main domains: employment, social involvement, independent living and capacity for active ageing, and is based on 22 indicators from European surveys. The AAI was analysed at national level between 2010 and 2018. Several European countries attempted to adapt the methodology to the regional level, to quantify the R-AAI at the sub-national level and to assess the differences in the level of active ageing in the region. We based the assessment of active ageing in Slovak regions on the official UNECE methodology and using data from the European Statistical System sources (one source outside the system - ESS 2020). We aimed to use data sources identical to the original methodology as much as possible and to use as up-to-date databases as far as possible. We aggregated the constructed indicators into a composite index, which allowed us to compare the level of active ageing in the regions of Slovakia. The highest level was observed in the Bratislava region, the lowest in the Košice region. The construction of individual indicators as well as domain indices allows to assess the degree of success of implemented active ageing strategies at the regional level, or to look for reserves in their implementation.



## **PROFESIJNÝ ŽIVOTOPIS**

**Doc. Ing. Alena Kaščáková, PhD.** pôsobí na Katedre kvantitatívnych metód a informačných systémov Ekonomickej fakulty Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici. Vo svojej vedeckovýskumnej a pedagogickej činnosti sa venuje ekonomickej demografii, dotazníkovému prieskumu a využitiu štatistických metód v analýze sociálno-ekonomických javov a procesov. Je spoluautorkou viacerých učebných materiálov, vedeckých monografií a publikácií z oblasti výskumu ekonomiky a hospodárenia domácností, aktívneho starnutia, výskumu neplatennej práce v domácnostiach, sociálnej starostlivosti na komunitnej úrovni, alokácie času a subjektívneho well-beingu. Dlhodobo sa zúčastňuje na riešení vedeckovýskumných projektov.

**Ing. Zuzana Rigová, PhD.** vyštudovala odbor automatizované systémy riadenia na Strojníckej fakulte Vysokej školy technickej v Košiciach. Po ukončení štúdia pracovala v bankovom sektore, od roku 2000 je odbornou asistentkou na Ekonomickej fakulte Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici. V roku 2009 získala vedecko-akademickú hodnosť PhD. v odbore teória vyučovania informatiky na Fakulte prírodných vied Univerzity Konštantína Filozofa v Nitre. V súčasnosti pôsobí na Katedre kvantitatívnych metód a informačných systémov EF UMB. Vo vzdelávacej činnosti sa venuje aplikáciám informačných technológií a kvantitatívnych metód v ekonómii. Vo výskumnej činnosti sa zameriava na organizácie verejného sektora (vzdelávacie inštitúcie, miestne a regionálne samosprávy) v podmienkach slovenskej ekonomiky. Je spoluautorkou monografií, vysokoškolských učebníc, vedeckých a odborných článkov vydaných doma aj v zahraničí, spoluriešiteľkou viacerých domácich výskumných projektov a projektov pre prax.

**PhDr. Ľudmila Ivančíková, PhD.** vyštudovala sociológiu na Filozofickej fakulte UK v Bratislave. Od roku 1987 pracuje v Štatistickom úrade SR. Prešla viacerými pozíciami od expertky, vedúcej oddelenia, generálnej riaditeľky sekcie sociálnych štatistík a demografie až po súčasnú funkciu podpredsedníčky Štatistického úradu SR. V minulosti sa zaoberala problematikou terénnych zisťovaní a zisťovaní zameraných na meranie životných podmienok. Ako medzinárodná expertka pôsobila v oblasti výberových zisťovaní v sociálnych štatistikách. V centre jej pozornosti je oblasť chudoby, sociálnej inklúzie, životnej úrovne a kvality života.

## **KONTAKT**

[alena.kascakova@umb.sk](mailto:alena.kascakova@umb.sk)

[zuzana.rigova@umb.sk](mailto:zuzana.rigova@umb.sk)

[ludmila.ivancikova@statistics.sk](mailto:ludmila.ivancikova@statistics.sk)

**Martin BOĎA**

**Ekonomická fakulta, Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici**

**Fakulta sociálne ekonomická, Univerzita Jána Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem**

**METODOLOGICKÝ PRÍSPEVOK  
K VÝZNAMU A INTERPRETÁCII OKUNOVHO ZÁKONA**

**METHODOLOGICAL CONTRIBUTION  
TO THE MEANING AND INTERPRETATION OF OKUN'S LAW**

**ABSTRAKT**

Článok reaguje na problémy, ktoré vyvstávajú s chápaním a interpretáciou Okunovho zákona, teda v makroekonómii empiricky pozorovanej väzby medzi cyklickým vývojom nezamestnanosti a produktu. Tým, že Okunov zákon je jednoduchý regresný vzťah, v ktorom sú obe premenné endogénne, možno pri aplikácii zamieňať úlohu regresanda a regresora, ale komplikuje sa interpretácia kľúčového regresného (tzn. Okunovho) koeficientu. Článok dokumentuje príklady nesprávnej a vhodnej interpretácie Okunovho zákona, a ukazuje, že pri použití metódy najmenších štvorcov na odhad parametrov nemožno z jedného vyjadrenia rovnice nezamestnanosť vs. produkt prejsť jednoducho k rovnici produkt vs. nezamestnanosť, a že naivné postupy aplikované samotným Okunom vedú k nesprávnej hodnote Okunovho koeficientu.

**ABSTRACT**

The article responds to the issues arising from the understanding and the interpretation of Okun's law; that is, in macroeconomics an empirically observed link between cyclical fluctuations in unemployment and product. Since Okun's law is a simple regression relationship with both variables endogenous, it is possible to exchange the role of the regressand and the regressor in applications, but it complicates the interpretation of the key regression (i.e. Okun) coefficient. The article documents examples of an incorrect and adequate interpretation of Okun's law, and demonstrates that upon the utilization of least squares in parameter estimation, it is not possible to switch simply from one equation unemployment v. product to another equation product v. unemployment, and that naïve procedures applied by Okun himself lead to an incorrect value of the Okun coefficient.

**KLÚČOVÉ SLOVÁ**

Okunov zákon, gapová verzia, interpretácia, korelačný vzťah, endogenita

**KEY WORDS**

Okun's law, gap version, interpretation, correlation relationship, endogeneity

**1. ÚVOD**

Okunov zákon (angl. Okun's law) je korelačný vzťah medzi cyklickými variáciami nezamestnanosti a produktu, ktorý ako prvý opísal a medzi analytické a plánovacie inštrumenty stabilizačnej politiky zaviedol Okun (1962). Hoci prvé akademické práce vznikli v 60. a 70. rokoch 20. storočia (napr. Thirlwall, 1969; Smith, 1974; Clark, 1977), záujem postupne rástol a za posledné štvrtstoročie počet publikovaných prác s tematikou Okunovho zákona nabral exponenciálne kontúry (Boďa & Považanová, 2024). Popri viacerých súbežných úvahách dokázal Okun (1962, p. 99 – 100) pre

povojnú ekonomiku Spojených štátov amerických odhadnúť určujúci pomer medzi vývojom nezamestnanosti a produktu počas hospodárskeho cyklu v hodnote 1 ku 3. Podľa vzťahu 1 ku 3 bol v 50. a 60. rokoch v americkej ekonomike cyklický nárast nezamestnanosti o jeden percentuálny bod priemerne sprevádzaný cyklickým poklesom produktu o tri percentuálne body (a aj naopak v zmysle pokles – nárast). *Cum grano salis* zostal tento pomer nezmenený aj v nasledujúcich dekádach, čo prispelo k popularizácii Okunovho zákona (Blinder, 1997, p. 241; Ball et al., 2017, p. 1424 – 1426).

Pri odhadovaní tohto vzťahu a regresnej manipulácii s podkladovými veličinami (nezamestnanosť a jej prirodzená miera, produkt a jeho potenciál) bol Okun do určitej miery kreatívny a jeho postupy by v súčasnosti vzbudili istú štatistickú nevôľu. Kým Okun mal tendenciu nahliadať na vzťah medzi nezamestnanosťou a produktom ako skôr na korelačný a striktne nekauzálny, duálnym vyjadrovaním Okunovej rovnice skomplikoval jej štatistickú a ekonomickú interpretáciu a umožnil následne benevolenciu, ktorá sa začala prejavovať v preusporiadavaní premenných v regresnej rovnici a zámenách regresanda a regresora (Perman et al., 2015, p. 108).<sup>1</sup> Na jednej strane Okun potreboval hodnotiť produkt vo vzťahu k nezamestnanosti (tzn. sledovať, aký rozsah produktu je možné dosahovať pri určitom (ne)využívaní pracovnej sily ako všeobecného výrobného faktora). Na druhej strane tri alternatívne regresné rovnice použité Okunom pri samotnom odhadovaní indikujú vplyv produktu na nezamestnanosť (tzn. vyjadrujú, že dosahovanie určitého produktu ekonomiky má svoj impakt na (ne)využívanie pracovnej sily a vedie k príslušnej miere nezamestnanosti). Okunov inovatívny prístup a rozpor medzi výkladom a použitou ekonometriou sú zrejme dôvodmi, prečo v akademickej literatúre a dokonca aj vo vysokoškolských učebniciach cítiť neistotu v interpretácii Okunovho zákona a Okunovho koeficientu, ktorý už numericky meria vzájomný vzťah medzi nezamestnanosťou a produktom v priebehu hospodárskeho cyklu. V niektorých prípadoch dokonca možno konštatovať nepochopenie významu Okunovho koeficientu, resp. toho, čo meria alebo vyjadruje. Dá sa predpokladať, že tento problém prevláda v akejsi podobe aj u profesionálnych analytikov agentúr participujúcich na realizácii alebo plánovaní hospodárskej politiky, keď Okunova rovnica býva ingredienciou komplexnejších modelov.

Tento článok vychádza z načrtnutej interpretačnej neistoty vo výskume orientovanom na Okunov zákon a študuje tieto základné interpretačné problémy aplikovaného výskumu:

---

<sup>1</sup> Pri zasadzovaní „svojho“ zákona do inštrumentária stabilizačnej politiky sa však Okun sám zdanlivo niekedy odchyľil od svojej nekauzálnej línie. Napríklad písal, že „redukcia nezamestnanosti meraná ako percento pracovnej sily má oveľa vyšší než proporcionálny efekt na výstup“ (Okun 1962, s. 102). Ide však o prístup výlučne intervencionistický, ktorým sa presadzuje tzv. perspektívny kontrafaktuál, tzn. sleduje sa, aký (potenciálny) produkt by ekonomika dosiahla, ak by hospodárska politika bola schopná zabezpečiť cieľovú úroveň nezamestnanosti. Inak povedané, predpokladal, že do vzťahu medzi vývojom nezamestnanosti a produktu môže vstúpiť štát a regulovať ho, pričom podľa odhadnutého vzťahu dokážu štátne inštitúcie formulovať očakávaný výsledok. Kým v okunovskom období by sa na to prioritne použili opatrenia orientované na stimuláciu agregátneho dopytu, v súčasnosti by sa intervencia spoliehala na nástroje aktívnej politiky na trhu práce, rekonfiguráciu systému štátnej podpory v nezamestnanosti či opatrenia zamerané na elimináciu šedej ekonomiky.

[IP1] *Čo vlastne vyjadruje Okunov koeficient?*

[IP2] *Je možné porovnávať Okunove koeficienty pri rôznych formuláciách Okunovej rovnice?*

[IP3] *Čo vyjadruje vysoká alebo nízka hodnota Okunovho koeficientu?*

Je asi zjavné, že skratka IP v hranatej zátvorke označuje spojenie interpretačný problém. Tieto vymedzené problematické aspekty sa študujú pre základný kontext bazálnej statickej Okunovej rovnice s konštantnými koeficientmi, hoci treba priznať, že Okunov zákon sa typicky vyznačuje rôznymi anomáliami (resp. štylizovanými faktami), ktoré odlučujú tu (a aj inde bežne) uvažovanú všeobecnú jednoduchú Okunovu rovnicu od reálnych empirických podmienok.

Ide predovšetkým o diferencovanú senzitivitu v priebehu celého hospodárskeho cyklu (napr. Donayre 2022), temporálnu varianciu parametrov Okunovej rovnice (Grant, 2018) alebo inú všeobecnejšiu formu nelinearity (Nebot et al., 2019). Samozrejme, metodologicko-interpretáčnne komentáre sa *mutatis mutandis* vzťahujú aj na generalizované verzie Okunovho zákona, ktoré reflektujú spomínané empirické podmienky.

Cieľom článku je prispieť k pochopeniu Okunovho zákona a ponúknuť aplikovanému výskumu oporu na správnu štatistickú a ekonomickú interpretáciu Okunovho zákona v zmysle bodov [IP1] až [IP3]. Trojčlenné zameranie článku sa prejavuje aj v jeho štruktúre. Kapitola 2 objasňuje skutočný význam Okunovho koeficientu, kapitola 3 skúma podmienky porovnateľnosti Okunových koeficientov pre rôzne vyjadrenia Okunovej rovnice a napokon kapitola 4 ozrejmjuje použitie Okunovho koeficientu pri úsudkoch týkajúcich sa vyššej alebo nižšej senzitivity medzi nezamestnanosťou a produktom počas hospodárskeho cyklu.

Spomedzi troch alternatívnych špecifikačných prístupov uvažovaných pôvodne Okunom sa ujala iba tzv. diferenčná verzia (angl. difference version) a tzv. gapová verzia (angl. gap version). Gapová verzia je všeobecnejšia a zahrňuje ako špeciálny prípad aj diferenčnú verziu (pozri Boďa et al., 2015, p. 745) a celý výklad je obmedzený na tento všeobecnejší prípad.

## **2. ČO VLASTNE VYJADRUJE OKUNOV KOEFICIENT? – [IP1]**

Arthur Melvin Okun [1928 – 1980] bol prominentným americkým ekonómom hlásiacim sa k (neo)keynesiánskej tradícii (Lodewijks, 1989), ktorý bol počas zlatého veku ekonomiky Spojených štátov amerických v 60. rokoch 20. storočia kľúčovou osobnosťou Rady ekonomických poradcov (angl. Council of Economic Advisers, CEA) slúžiacej bezprostredne prezidentovi Spojených štátoch amerických. V rokoch 1968 až 1969 bol počas administratívy Lyndona Johnsona dokonca jej predsedom. Zdanlivo sa táto retrospektíva zdá nepotrebná, i keď v skutočnosti vysvetľuje historické podmienky, za ktorých vznikol Okunov zákon. A tieto podmienky boli charakterizované dominanciou neokeynesiánskych názorov v makroekonomickej teórii a praxi. Okun (1962) skúmal perspektívy stabilizačnej politiky dosahovať výstup pri určitých podmienkach využitia pracovnej sily. Okunovým zámerom bolo vyvinúť nástroj (model) aplikovateľný v krátkom období na meranie výstupu ekonomiky pri dosahovaní tzv. plnej zamestnanosti, resp. cieľovej úrovne prirodzenej miery nezamestnanosti. Okun

sa obmedzil výlučne na dve premenné, ktoré dal do vzájomného súvisu: tzv. medzeru produktu a medzeru nezamestnanosti.<sup>2</sup>

- Medzera produktu (angl. output gap) vyjadruje cyklickú odchýlku skutočného produktu a jeho potenciálnej úrovne a meria previs či sklz dosahovaného výstupu v ekonomike oproti jeho dlhodobu udržateľnej úrovne pri plnom využití výrobných faktorov. Medzera produktu sa spravidla sleduje v percentách.
- Medzera nezamestnanosti (angl. unemployment gap) vyjadruje cyklickú odchýlku skutočnej nezamestnanosti a jej prirodzenej miery a meria previs či sklz vykazovanej miery nezamestnanosti oproti nezamestnanosti zodpovedajúcej podmienkam potenciálneho produktu. Medzera nezamestnanosti sa spravidla sleduje v percentných bodoch.

Na analytické potreby fiškálnej a monetárnej politiky Okun potreboval obe premenné formulovať vo vzájomnom regresnom vzťahu:

$$g_y = \alpha_{yu} + \beta_{yu} g_u + \varepsilon_{yu}, \quad (1)$$

kde  $g_y$  a  $g_u$  sú medzera produktu a nezamestnanosti,  $\alpha_{yu}$  a  $\beta_{yu}$  sú regresné koeficienty a  $\varepsilon_{yu}$  je štandardná chybová zložka. Medzera produktu sa odvodzuje od skutočného produktu  $Y$  a potenciálneho produktu  $Y^p$  a je reprezentovaná v (diskrétnej) relatívnej podobe ako  $g_y = (Y - Y^p) / Y^p$ . Medzera nezamestnanosti sa odvodzuje od skutočnej miery nezamestnanosti  $u$  a prirodzenej miery nezamestnanosti  $u^p$  a je zavedená rozdielom  $g_u = u - u^p$ . Po získaní odhadov regresných koeficientov, predikcie medzery nezamestnanosti a cieľovej úrovne produktu bol Okun následne schopný mierne upraviť rovnicu (1) s  $Y^p$  na ľavej strane, čím získal prostriedok na predikciu potenciálneho produktu.

Rovnica (1) zdanlivo navodzuje predstavu kauzálnej väzby idúcej od nezamestnanosti ( $g_u$ ) smerom k produktu ( $g_y$ ) a môže byť mylne interpretovaná tak, že sklzy vo využívaní pracovnej sily spôsobujú (teda kauzálne vyvolávajú) určitú úroveň ekonomickej aktivity nad alebo pod potenciálnu úroveň. Okun pritom odhadoval rovnicu (1) akýmsi inverzným postupom, ktorý nezdôvodnil a ktorý spočíva v zámene regresanda a regresora. Odhadol takto rovnicu v tvare:

$$g_u = \alpha_{uy} + \beta_{uy} g_y + \varepsilon_{uy}, \quad (2)$$

kde význam symbolov  $\alpha_{uy}$ ,  $\beta_{uy}$  a  $\varepsilon_{uy}$  je analogický rovnici (1). Odhadnutú rovnicu (2) matematicky upravil na tvar zodpovedajúci rovnici (1), kde pochopiteľne už náhodná zložka eliminovaná v procese odhadovania nefigurovala. Rovnica (2) pritom evokuje kauzalitu idúcu od produktu ( $g_y$ ) k nezamestnanosti ( $g_u$ ).

V skutočnosti Okunov zákon vzniká z komplikovanejšej ekonomickej reality abstrakciou od ďalších kľúčových veličín so syntetickým vplyvom na výšku produktu. Ide pritom najmä o hodiny odpracované jedným zamestnancom, participáciu pracovnej sily a produktivitu práce. Atribút syntetický tu má naznačiť, že tieto faktory možno analyzovať detailnejšie a namapovať k faktorom typu sektorové rozloženie

<sup>2</sup> Nižšie ponúknuté vymedzenia medzery produktu a nezamestnanosti môžu niektorí ekonómovia vnímané ako nepresné, i keď zodpovedajú hlavnému prúdu. Pre diskusiu o týchto pojmoch možno nazrieť do učebnice Považanovej et al. (2022, s. 22 – 24, 27 – 30).

zamestnanosti, kapitálová intenzita a efektívnosť využitia pracovnej sily. Správnosť takéhoto náhľadu dôvodil už samotný Okun (Okun, 1962, p. 99, 102 – 104) a akcentoval „skok od nezamestnanosti k výstupu“ (angl. the leap from unemployment to output). Následne prízvukoval dôležitú technickú podmienku umožňujúcu tento skok, ktorá sa vzťahuje na tri kľúčové veličiny vynechané z rovnice (Okun, 1962, p. 99): „Striktne vzaté, tento skok si vyžaduje predpoklad, že [...] veľkosti všetkých týchto efektov sa vzťahujú na mieru nezamestnanosti. S týmto predpokladom možno vnímať mieru nezamestnanosti ako proxy premennú pre všetky možnosti, ktorými je výstup ovplyvňovaný nevyužitými zdrojmi.“<sup>3</sup> Okrem toho Okun nazýval vzťah reprezentovaný rovnicami (1) a (2) štatistickým (Okun, 1962, p. 102) v tom zmysle, že ide o vzťah neštruktúrálnej či korelačnej. Vzhľadom na simultánny charakter nezamestnanosti a produktu sú rovnice (1) a (2) vlastne tvorené výlučne endogénnymi premennými, keďže  $g_y$  je endogénna pre  $g_u$  a zároveň  $g_u$  je endogénna pre  $g_y$ . Je však krajne neobvyklé, aby sa táto endogenita pri odhadovaní Okunovej rovnice zohľadňovala. Okunov zákon v podobe (1) aj (2) sa takto odhaduje metódou klasických najmenších štvorcov, jej variáciou alebo rozšírením na špecifické podmienky. Vzácnymi príkladmi empirického výskumu, kde sa endogenita zohľadnila, sú napr. práce Huanga et al. (2020) alebo Aginta et al. (2023); v oboch prípadoch ide o novšie práce.<sup>3</sup> Butkus et al. (2023, p. 12) aspoň diskutovali o problematickosti predpokladu exogenity regresora v Okunovom zákone, ale zotrvali v línii klasických najmenších štvorcov. Ekonomická literatúra sa vyrovnala so štatistickým rozporom spočívajúcim v použití neinštrumentovaných metód odhadu pre Okunovu rovnicu zaťaženú endogenitou tak, že Okunov koeficient  $\beta_{yu}$  alebo  $\beta_{uy}$  sa vysvetľuje ako *parameter redukovanej formy* (angl. reduced-form parameter) širšieho systému ekonomických vzťahov zahrňujúcich dopyt firmami po práci, ponuku práce zo strany domácností, využitie kapitálu, produktivitu práce a iné aspekty makroekonomickej produkcie (napr. Perman & Tavéra, 2007, p. 47; Dixon et al., 2017, p. 2 749). Samotná Okunova rovnica (1) alebo (2) však redukovanú formu nepredstavuje, keďže premenné na oboch stranách sú endogénne.

Urgentnosť tohto metodologického príspevku sa dokladá tým, že s nesprávnym výkladom Okunovho zákona a interpretáciou Okunovho koeficientu sa možno stretnúť dokonca v učebniciach (makro)ekonomickej, niekedy od prominentných autorov. Autori si dokonca neuvedomujú, že hodnota Okunovho koeficientu je diferencovaná podľa ekonomického obdobia, prípadne variantná v čase. Kým Okun (1962) detegoval pre *americkú* (a teda nie inú) ekonomiku krátko v povojnovom období vzťah 1 ku 3, neskoršie sa tento pomer ustálil na všeobecne akceptovaný vzťah 1 ku 2 (Grant, 2018, p. 291). Takže takto sa možno dozvedieť u Jurečku et al. (2023, p. 170), že „ak sa zvýši skutočná miera nezamestnanosti o 1 % oproti prirodzenej miere nezamestnanosti, poklesne reálny produkt o 2 – 3 % oproti hodnote potenciálneho

<sup>3</sup> Pochopiteľne, riešenie vtedy spočíva v použití odhadovacej metódy založenej na variácii dvojestupňových najmenších štvorcov kombinovanej s príslušným modelom (napr. panelovým statickým modelom s fixnými efektmi). Je vtedy potrebné identifikovať vhodný inštrument, ktorým sa exogenizuje regresor vo vysvetľovacej časti regresnej rovnice. Huang et al. (2020) na inštrumentovanie variácie v produkte pre 66 krajín sveta použili variáciu cien ropy na svetovom trhu (ako zástupnú premennú pre ropné šoky) vynásobenú podielom čistých exportov ropy na hrubom domácom produkte (ako zástupnú premennú pre expozíciu proti ropným šokom). Aginta et al. (2023) inštrumentovali variáciu v regionálnom produkte za pomoci priemernej teploty v danom regióne.

produktu“. Blanchard (2021, p. 31) pre *diferenčnú verziu* udáva, že „nárast v tempe rastu o 1 % znižuje mieru nezamestnanosti v priemere o hrubých  $-0.30\%$ “. Ak aj odhliadneme od nerozlišovania percent a percentných bodov, tak v oboch prípadoch ide o kauzálnu interpretáciu. Kým Makroekonomie od Jurečku et al. (2023) je učebnica základného kurzu, Macroeconomics od Blancharda (2021) sa profiluje ako učebnica pokročilého kurzu makroekonomického výkladu. Naproti tomu opatrnejšie – a korektne(jšie) bez referencie na kauzálny obsah – vykladajú Okunov zákon napr. Mach (2001) alebo Abel et al. (2023). V prvom prípade sa uvádza, že „Okunov zákon zachytáva negatívny vzájomný vzťah medzi koeficientom pomeru produktu a mierou nezamestnanosti“ (Mach 2001, p. 258), čo je síce vágne, ale rovnica, na ktorú sa vzťahuje toto vysvetlenie, operuje s produkčnou medzerou a medzerou nezamestnanosti. V druhom prípade sa tvrdí, že „percentná medzera medzi potenciálnym a skutočným výstupom sa rovná 2-násobku cyklickej miery nezamestnanosti“ (Abel et al., 2023, p. 130). Tu síce chýba lokálne zdôraznenie americkej ekonomiky a používa sa fixná hodnota, ale Okunov zákon sa interpretuje iba ako akási „výmenná relácia“. Dokonca autori ďalej uvádzajú (ibid.), že pôvodný Okunov zákon pre americkú ekonomiku znamenal, že „každý percentný bod cyklickej nezamestnanosti sa spájal s odchýlkou 3 percentné body medzi skutočným výstupom a výstupom pri plnej zamestnanosti“.

Niektorí autori sa v akademických prácach radšej vyhýbajú akejkolvek interpretácii Okunovho koeficientu a berú ho iba ako číslo (napr. An et al., 2019; Ďurech et al., 2014), zatiaľ čo pre aspekty kauzálnej interpretácie možno ľahko vybrať viacero prípadov. Hodnotiac Okunov zákon pre sektory a rodovo-vekové kohorty, Butkus et al. (2023, p. 13) interpretujú Okunov zákon tak, že „klesajúca pridaná hodnota v poľnohospodárstve, lesníctve a rybolove zvyšuje nezamestnanosť žien a mladých mužov“. Podobne Dixon et al. (2017, p. 2753) zisťujú, že „produkčná medzera má signifikantný a negatívny efekt na mieru nezamestnanosti“, a Ben-Salha a Mrabet (2019, p. 611) tvrdia, že „nárast cyklického výstupu o 1 % indukuje prepád celkovej cyklickej nezamestnanosti o 4.2 %“.

Mnohé citované interpretácie či vysvetlenia Okunovho zákona zavádzajúco evokujú kauzálny (určitým smerom idúci) obsah vo vzťahu medzi nezamestnanosťou a výstupom, pričom v skutočnosti sa zmeny v (cyklickej) nezamestnanosti a (cyklickom) výstupe dejú súbežne vplyvom veľkého množstva makro stimulov a mikro rozhodnutí ekonomických agentov. Korektná interpretácia musí akcentovať *výmenný vzťah* medzi oboma sledovanými cyklickými veličinami a simultánnosť, ako je to v učebnici od Abela et al. (2023). Takto koeficient  $\beta_{yu}$  v rovnici (1) uvádza, aká zmena cyklického výstupu v percentných bodoch sa v *priemere spája* s jednopercenou zmenou cyklickej nezamestnanosti, zatiaľ čo koeficient  $\beta_{ny}$  v rovnici (2) určuje, aká zmena cyklickej nezamestnanosti sa v *priemere spája* s jednopercenou zmenou cyklického výstupu.

Ďalej treba podotknúť, že v niektorých článkoch sa akcentuje interpretácia Okunovho zákona ako jednostranná rezonancia, reaktivita či elasticita jednej (cyklickej) veličiny voči druhej (cyklickej) veličine. Napríklad Furceri et al. (2023, p. 667, 673) opakovane píšú o odozve nezamestnanosti na cyklické fluktuácie či hospodárske cykly; a podobne aj Ball et al. (2019, p. 848) či An et al. (2022, p. 4231).



Vzhľadom na simultánnosť nemožno vnímať Okunov koeficient  $\beta_{yu}$  v rovnici (1) ako mieru senzitivity či elasticity produktu na nezamestnanosť počas hospodárskeho cyklu a rovnako  $\beta_{uy}$  v rovnici (2) nemožno chápať ako mieru senzitivity či elasticity nezamestnanosti na produkt počas hospodárskeho cyklu. V skutočnosti  $\beta_{yu}$  aj  $\beta_{uy}$  vyjadrujú kosenzitivitu alebo vzájomnú elasticitu medzi cyklickými výkyvmi medzi produktom a nezamestnanosťou v krátkom období, ibaže sú inak vyjadrené. Zdôraznenie krátkeho obdobia súvisí s tým, že z úvah sú vylúčené zmeny technologickej kapacity a účinky technického rozvoja, čo vidno v tom, že sa používajú „fluktučné“ veličiny  $g_y$  a  $g_u$ , ktoré merajú krátkodobé variácie okolo produktu či nezamestnanosti spôsobené výkyvmi v agregátnom dopyte.

### 3. JE MOŽNÉ POROVNÁVAŤ OKUNOVE KOEFICIENTY PRI RÔZNYCH FORMULÁCIÁCH OKUNOVEJ ROVNICE? – [IP2]

Za ostatné obdobie vznikli komparatívne štúdie, ktoré porovnávajú vlastnosti Okunovho zákona pre rôzne ekonomiky sveta potenciálne v rôznych časových obdobiach. Ide napríklad o práce Dixon et al. (2017), Bartolucci et al. (2018) alebo Ball et al. (2019). Tieto štúdie sa snažia klasifikovať ekonomiky z hľadiska ich vnútornej štruktúry hospodárskych cyklov, pričom spravidla využívajú dáta získané z odlišných zdrojov za rôzne časové obdobia, aplikujú rôzne verzie Okunovho zákona, využívajú rôzne usporiadanie Okunovej rovnice v zmysle regresand a regresor a uplatňujú rôzne ekonometrické techniky pri samotnom odhadovaní. Netreba upozorňovať na to, že porovnanie Okunových koeficientov za rôzne časové obdobia a pri použití rôznych zdrojov dát môže byť ľahko kritizované, ale je to skôr otázka toho, či Okunov zákon je relatívne stabilný v čase a či je relatívne robustný voči použitej metodike zostavovania dát o produkte a nezamestnanosti. I keď sa možno ďalšie tvrdenie môže javiť kacírské, ani použitie rôznych ekonometrických postupov spravidla negeneruje závažné problémy z hľadiska porovnateľnosti. Niektoré štúdie napríklad odhadujú časovo variabilné Okunove koeficienty, ktoré je možné spriemerovať a previesť na časovo konštantný prípad a porovnávať priemery s priemermi alebo priemery s odhadnutými konštantnými Okunovými koeficientmi. Tým, že ekonometrické postupy zohľadňujúce nelinearitu (napr. Nebot et al., 2019) alebo temporálnu varianciu (napr. Grant, 2018) sa rozumnými postupmi redukujú na konštantný prípad reprezentovaný rovnicami typu (1) alebo (2), spravidla je možné predsa len zabezpečiť určitý rozsah porovnateľnosti.<sup>4</sup> Základný problém predstavuje použitie diferencnej alebo gapovej verzie Okunovho zákona a iné usporiadanie Okunovej rovnice. Kým prvý aspekt je neprekonateľne reštriktívny, táto metodická poznámka venuje pozornosť problému rozličného usporiadania Okunovej rovnice.

Tým, že sám Okun uvažoval súbežne dve vyjadrenia vzťahu medzi produktom a nezamestnanosťou v priebehu celého hospodárskeho cyklu, ako je mapované rovnicami (1) alebo (2), niektoré štúdie odhadujú Okunov zákon v neoklasickom vyjadrení podľa vzťahu (1) a iné v prokeynesiánskom vyjadrení podľa vzťahu (2). Samozrejme, Okunove koeficienty plynúce z týchto iných usporiadaní sledovaných dvoch gapových veličín nie sú priamo porovnateľné. Boďa & Považanová (2024) vo svojom prehľade 82 štúdií zameraných na Okunov zákon zistili, že dominuje

<sup>4</sup> Napríklad nelinearita je často v kontexte modelovania Okunovho zákona zohľadňovaná rôznymi režimami, pre ktoré platí iná podoba Okunovej rovnice. Vtedy je možné identifikovať kvázi priemernú Okunovu rovnicu charakterizujúcu všetky režimy spoločne. Pri temporálnej variancii – ako už bolo uvedené vyššie – je zase možné spriemerovať rôzne podoby rovnice za dlhšie časové obdobie.



špecifikácia v zmysle rovnice (2), kde nezamestnanosť plní funkciu regresanda. Vychádzajúc z predpokladu, že prirodzená nezamestnanosť zodpovedá cieľovej úrovni stabilizačnej politiky 4 %, Okun (1962, p. 99 – 100, 102) odvodil svoj pomer 1 ku 3 tak, že odhadol rovnicu (2) v podobe  $\hat{g}_u = 0.28 - 0.36g_y$  s koeficientom determinácie 0.865 a finálny koeficient stanovil v hodnote  $1/(-0.36) \doteq -2.778 \approx -3$ . Nasledujúce aplikácie začali pri odhadovaní používať klasické najmenšie štvorce a porovnávať svoje odhady (ľubovoľne) k pomeru 1 ku 3. Okunov koeficient je v rovnici (2) metódou najmenších štvorcov odhadnutý vzťahom:

$$b_{yu} = \text{cov}(g_u, g_y) / s^2(g_u),$$

kde  $\text{cov}(\cdot, \cdot)$  je operátor výberovej kovariancie a  $s^2(\cdot)$  je operátor výberovej disperzie. Naproti tomu metóda najmenších štvorcov v rovnici (1) rezultuje do vzťahu pre Okunov koeficient v podobe:

$$b_{uy} = \text{cov}(g_y, g_u) / s^2(g_y).$$

Multiplikáciou týchto vzťahov na ľavej a pravej strane sa získava:

$$b_{uy} \cdot b_{yu} = \text{cov}(g_y, g_u) / s^2(g_y) \cdot \text{cov}(g_u, g_y) / s^2(g_u) = [\text{cov}(g_u, g_y) / (s(g_u) \cdot s(g_y))]^2 = r^2(g_u, g_y),$$

kde  $r(\cdot, \cdot)$  je operátor označujúci (výberový) korelačný koeficient. Pretože ide o jednoduchú lineárnu regresiu s lokujúcou konštantou, je tento výraz identický s koeficientom determinácie  $R^2$ . Preto ozajstný vzťah medzi oboma odhadnutými Okunovými koeficientmi je:

$$b_{uy} = 1 / b_{yu} \cdot R^2, \quad (3)$$

čo nie je identické s koeficientom ( $b_{uy} \equiv 1 / b_{yu}$  získaným naivnou inverznou metódou. Keďže koeficient determinácie variuje medzi 0 a 1, naivná aproximácia ( $b_{uy} \equiv 1 / b_{yu}$ ) sa môže pri nižšej vysvetľovacej sile Okunovej rovnice dosť líšiť od skutočnej hodnoty  $b_{uy} = \text{cov}(g_y, g_u) / s^2(g_y)$ . Samozrejme, tieto úvahy platia aj opačne na odhadovanie koeficientu  $\beta_{yu}$ , stačí iba symetricky vymeniť sledované veličiny. Vylučuje sa však to, že by jeden alebo druhý koeficient bol odhadnutý v hodnote 0, čím by sa nedalo prejsť k vzťahu (3).

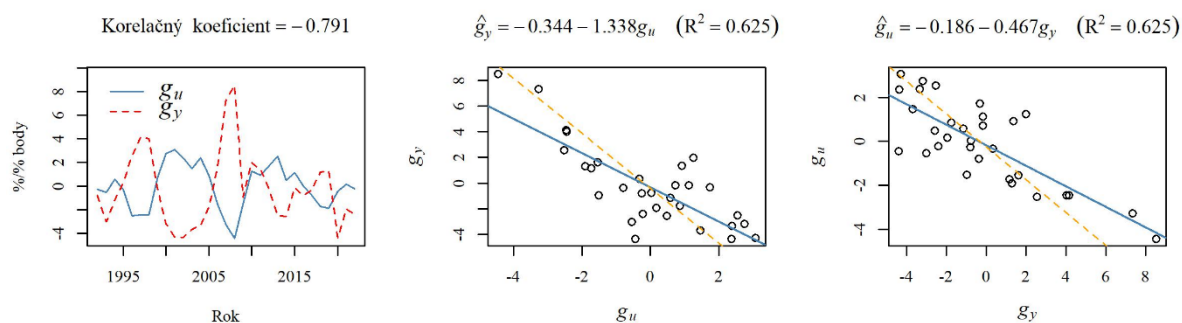
Tento problém s konverziou Okunových koeficientov prví konštatovali Plosser a Schwert (1979) a autorovi tohto článku je známe iba jedno použitie správneho konverzného vzťahu, keď Daly et al. (2015) prepočítavali Okunov koeficient pre diferenčnú verziu. Pre vyššie uvedené odhady získané Okunom (1962) správna hodnota Okunovho (obráteného) koeficientu podľa vyjadrenia (3) je  $1/(-0.36) \cdot 0.865 \doteq -2.402 \approx -2$ , čo je jednoznačne bližšie k populárnemu pomeru 1 ku 2 než k pôvodnému 1 ku 3.

Tento problém možno ilustrovať detailnejšie na slovenskej ekonomike za roky 1992 až 2022 pomocou obrázku č. 1. Dáta pre túto ilustráciu boli získané z online portálu Svetovej banky (<https://data.worldbank.org>) a vstupné gapové veličiny boli odhadnuté postupom opísaným v článku Boďa & Považanová (2019) využitím rozšírení Hodrickovho-Prescottovho filtra s cieľom korigovať jeho potenciálne nežiaduce

správanie. Hodrickov-Prescottov filter býva totiž často kritizovaný pre distorzie na začiatku a konci filtrovaných časových radov a môže dokonca indukovať falošné cyklické oscilácie (Pedersen, 2001, p. 1082). Kaiser & Maravall (1999) odporučili rozšíriť filtrované časové rady na začiatku a na konci observovaného časového rozpätia použitím automatickej ARIMA procedúry, aplikovať Hodrickov-Prescottov filter na rozšírené časové rady a nakoniec eliminovať pridané retrospektívne a prospektívne predikcie pridané k časovým radom v prvom kroku. Na odhadovanie oboch gapových veličín slúžilo 31 ročných pozorovaní, ktoré boli rozšírené o 4 retrospektívne predikcie a 4 prospektívne predikcie, čím sa získal časový rad za roky 1988 až 2026 a po použití Hodrickovho-Prescottovho filtra so zaužívanou hodnotou vyhladzovacieho parametra 100 sa 4 koncové pozorovania na začiatku a na konci vypustili a výsledkom boli odhady cyklického vývoja produktu a nezamestnanosti za obdobie rokov 1992 až 2022.

Graf naľavo na obrázku č. 1 ukazuje vývoj oboch gapových veličín vstupujúcich do Okunovej rovnice. Bezprostredne vidno, že medzera nezamestnanosti ( $g_u$ ) má v komparácii s produkčnou medzerou ( $g_y$ ) kontracyklický nábeh, čo dokladá aj korelačný koeficient  $-0.791$ . Ak sa takto zobrazené dáta použijú na odhad Okunovej rovnice (1), získava sa odhad Okunovho koeficientu  $b_{yu} = -1.338$  pri koeficiente determinácie  $R^2 = 0.625$ . Odhadnutá Okunova rovnica je zobrazená na obrázku č. 1 na strednom grafe modrou plnou čiarou. Pri použití preusporiadanej Okunovej rovnice (2) je výsledkom odhad Okunovho koeficienta  $b_{uy} = -0.467$  pri (pochopteľne, identickom) koeficiente determinácie  $R^2 = 0.625$ , ako to vyobrazuje na obrázku č. 1 graf napravo. Ak by sa však použil naivný inverzný vzťah, získava sa priebeh Okunovej rovnice, ktorý je znázornený na obrázku č. 1 na strednom a pravom grafe oranžovou prerušovanou čiarou. Kým koeficient pri rovnici (1) je korektne odhadnutý v hodnote  $b_{yu} = -1.338$ , naivnou inverznou manipuláciou sa získava  $1/(-0.467) = -2.141$ . Podobne je koeficient pri rovnici (2) korektne odhadnutý ako  $b_{uy} = -0.467$ , hoci naivný postup by nesprávne indikoval hodnotu  $1/(-1.338) = -0.747$ . V oboch prípadoch sú tieto hodnoty nadhodnotené v absolútnom meradle, čo vyplýva z toho, že tieto recipročné hodnoty treba prenásobiť koeficientom determinácie, ktorý je ohraničený zhora číslom 1.

**Obrázok č. 1: Cyklické kofluktácie nezamestnanosti a produktu a Okunov zákon – prípadová štúdia slovenskej ekonomiky v rokoch 1992 až 2022**

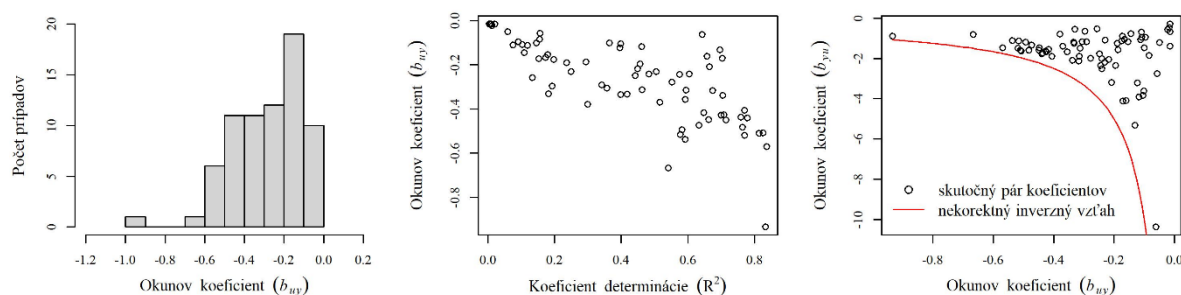


**Zdroj: vlastné spracovanie na základe údajov zo Svetovej banky**

Ďalšia ilustrácia je prevzatá z rozsiahlej komparatívnej štúdie Balla et al. (2019), ktorá o. i. obsahuje (samostatné) odhady gapovej verzie Okunovho zákona pre 71 ekonomík sveta za pomerne dlhé obdobie 35 rokov, hoci pre niektoré (obzvlášť) menej vyspelé krajiny dostupná história bola kratšia. Medzeru nezamestnanosti

a produktu odhadli za použitia Hodrickovho-Prescottovho filtra a rešpektovali usporiadanie podľa rovnice (2). Histogram naľavo na obrázku č. 2 zobrazuje frekvenčné rozdelenie odhadnutých Okunových koeficientov, ktoré sú v rozpätí hodnôt 0 až 1. Nemusí to byť pravidlo, ale aj v iných empirických štúdiách pri tomto usporiadaní vychádzajú Okunove koeficienty  $\beta_{yy}$  v odhadoch v absolútnej hodnote do 1, typicky záporné, nie však vždy nutne významné (napr. Ball et al., 2017; Furceri et al., 2020). Samozrejme, Okunove rovnice pre rozličné ekonomiky sveta boli dosť diferencované z hľadiska vysvetľovacej sily, čo tak trochu zachytáva rozptylový graf v strede obrázka č. 2, ktorý konfrontuje hodnotu koeficientu determinácie s odhadom Okunovho koeficientu  $b_{yy}$ . V zásade na ukotvení veličín na horizontálnej či vertikálnej osi nezáleží, ale je zjavné, že s vyššou preukaznou silou Okunovho zákona sa observačne zvyšuje aj intenzita kosenzitivity medzi nezamestnanosťou a výstupom počas hospodárskeho cyklu. Kľúčový je graf v pravej časti obrázka č. 2, ktorý konfrontuje skutočné hodnoty Okunových koeficientov  $b_{yy}$  a  $b_{yu}$ . Hodnoty  $b_{yy}$  na horizontálnej osi boli odhadnuté Ballom et al. (2019) metódou najmenších štvorcov a hodnoty  $b_{yu}$  boli získané konverzným vzťahom (3), kde sa zohľadňuje vysvetľovacia sila príslušnej regresie. Graf napravo tiež červenou hyperbolickou krivkou vykresľuje, aké hodnoty by sa získali naivnou inverznou metódou. Treba si všimnúť, že skutočné hodnoty Okunových koeficientov  $b_{yu}$  sú temer všetky nad hyperbolickou krivkou, a keďže ide o záporné hodnoty, tak sú vlastne v absolútnej hodnote menšie a rádovo „nižšie“, resp. bližšie k nule. Opticky najvyššia podobnosť skutočného Okunovho koeficientu  $b_{yu}$  s naivným odhadom na červenej hyperbolickej krivke je španielska ekonomika, pre ktorú Ball et al. (2019, p. 850) odhadli hodnotu Okunovho koeficientu blízku mínus jednej  $b_{yy} = -0.934$  s vysokým koeficientom determinácie  $R^2 = 0.832$ , a tak skutočný odhad  $b_{yu} = -0.891$  sa veľmi nelíši od recipročnej hodnoty  $1/(-0.934) = -1.070$ , aspoň v mierke daného zobrazenia.

**Obrázok č. 2: Okunove koeficienty pre panel 71 svetových ekonomík za obdobie rokov 1980 až 2015**



**Zdroj: vlastné spracovanie na základe odhadov Okunovho koeficientu  $b_{yy}$  zo štúdie Balla et al. (2019)**

#### 4. ČO VYJADRUJE VYSOKÁ ALEBO NÍZKA HODNOTA OKUNOVHO KOEFICIENTU? – [IP3]

Už bolo argumentované, že Okunov zákon je vzťahom simultánnym a zapisuje formou rovnice korelačný (a podľa ekonomických apriórnych očakávaní jednoznačne negatívny) vzťah medzi cyklickou nezamestnanosťou a cyklickým výstupom, i keď si treba pri jeho operacionalizácii *de facto* vybrať medzi reprezentáciou (1) alebo (2). To zvädza k interpretácii Okunovho koeficientu ako miery elasticity. Zatiaľ čo koeficient  $\beta_{yu}$  vystupujúci v rovnici (1) býva interpretovaný ako ukazovateľ elasticity (senzitivity)

výstupu na nezamestnanosť počas hospodárskeho cyklu, koeficient  $\beta_{wy}$  v rovnici (2) býva takto vykladaný ako ukazovateľ elasticity (senzitivity) nezamestnanosti na výstup. V oblasti ekonómie (a pravdepodobne to platí aj pre iné vedy) sú potom autori zvädzaní k úsudkom o tom, kde táto elasticita alebo senzitivita je vyššia alebo nižšia, v snahe zaviesť nejaké usporiadanie ekonomík z hľadiska sily kofluktuácií nezamestnanosti a výstupu. Vo svojej podstate tu vzniká logický spor, lebo pre odhady získané metódou klasických najmenších štvorcov bolo pomocou vzťahu (3) ukázané, že  $b_{wy} \cdot b_{yu} \neq 1$ , avšak pre *skutočné* hodnoty koeficientov platí  $\beta_{wy} \cdot \beta_{yu} = 1$ .<sup>5</sup> To plynie z toho, že vzťah (1) možno zjavne upraviť na vzťah (2) a naopak, ale vylučuje sa, že by jeden z týchto koeficientov bol nulový. Následne, ak by napríklad bol *skutočný* Okunov koeficient  $\beta_{wy}$  vysoký (v absolútnej hodnote), tak by bol *skutočný* obrátený Okunov koeficient  $\beta_{yu} = 1 / \beta_{wy}$  nízky (v absolútnej hodnote). Inak povedané, ak by sa ukázala vysoká elasticita nezamestnanosti na výstup v cyklickom priebehu ekonomiky (tzn.  $\beta_{wy}$  je „vysoký“), tak by sa musela prejavovať nízka elasticita výstupu na nezamestnanosť počas hospodárskeho cyklu (tzn.  $\beta_{yu}$  je „nízky“), čo vzhľadom na koreaktivitu medzi oboma veličinami sa nejaví ako adekvátne.

Zaujímavé je, že citované učebnice makroekonómie a ani mnohé ďalšie neinklinujú k interpretácii Okunovho koeficientu ako miery elasticity. Navzdor tomu v akademickej literatúre sa možno dočítať o slabšej odozve nezamestnanosti na cyklické fluktuácie (Ball et al., 2019, p. 848) alebo o vyššej či nižšej senzitivite (Jalles, 2019, p. 615, 616), prípadne sa dokonca možno stretnúť s tvrdením, že Okunov koeficient je niekoľkokrát silnejší v jednom priestore než inom (Ďurech et al., 2014, p. 62).

S prihliadnutím na tieto obmedzenia je rozumnejšie sa vrátiť k Okunovmu zákonu ako inštrumentu stabilizačnej politiky a chápať Okunov koeficient alebo ním implikovaný pomer ako vyjadrenie veľkosti straty plynúcej z nedostatočnej výkonnosti ekonomiky alebo slabšieho využitia jej zdrojov. Sám Okun (1962, p. 102) písal o priemernej strate výstupu približne 3 percentné body, keď skutočná nezamestnanosť bola v povojnovom období vyššia o 1 percentný bod. Preto možno charakterizovať jeden aj druhý Okunov koeficient takto:

- Absolútna hodnota Okunovho koeficientu  $\beta_{yu}$  vyjadruje a meria stratu produkčnej výkonnosti ekonomiky (oproti potenciálu) pri nedostatočnom využití pracovnej sily a previse nezamestnanosti nad jej prirodzenú úroveň. Ide o náhľad zaujímavý pre neoklasicky orientovanú stabilizačnú politiku, ktorej ciele sú zamerané na dosahovanie výstupu ekonomiky a ktorá disponuje nástrojmi vo sfére stimulácie a využívania pracovnej sily. Obvykle ide o reformy inštitúcií pracovného trhu zacielené na redukciu prirodzenej miery nezamestnanosti a revitalizáciu zamestnanosti.
- Absolútna hodnota Okunovho koeficientu  $\beta_{wy}$  vyjadruje a meria náklady ekonomiky vo sfére využívania pracovnej sily v podobe nadstavu nezamestnanosti nad prirodzenú mieru pri slabšom produkčnom výkone, keď sa výstup dosahuje pod potenciálnu úroveň. Ide o náhľad, ktorý zodpovedá keynesiánsky orientovanému pohľadu na stabilizačnú politiku, podľa ktorého stimuláciou agregátneho dopytu

<sup>5</sup> Kým vzťah pre skutočné hodnoty Okunových koeficientov platí bez ohľadu na odhadovaciu metódu, vzťah (3) bol odvodený iba na odhadovanie metódou klasických najmenších štvorcov. Pri zložitejších odhadovacích procedúrach (napr. inštrumentovaných metódach) by jednoznačný konverzný vzťah pre odhadnuté koeficienty analogický vzťahu (3) nemusel existovať. Stačí si len napríklad uvedomiť, že pri použití inštrumentovaných estimátorov by produkčná medzera musela byť z povahy ekonomickej podstaty inštrumentovaná inými premennými ako medzera nezamestnanosti.

možno riešiť aj existenciu nezamestnanosti a potlačiť ju na (plánovanú) hladinu zodpovedajúcu plnej zamestnanosti. Vhodné nástroje sú zamerané na reinžiniering daňového systému, usmerňovanie vývoja úrokových mier cez nástroje monetárnej politiky a podporu dôvery podnikateľského prostredia často len rôznymi komunikačnými nástrojmi.

Čisto hypoteticky, keď medzi cyklickými výkyvmi nezamestnanosti a výstupu nie je korelačná väzba a tieto veličiny sa počas hospodárskeho cyklu vyvíjajú samostatne, musí byť jeden aj druhý koeficient nulový, tzn.  $\beta_{yu} = \beta_{wy} = 0$ . Vtedy stabilizačná politika nemôže vplývať cez stimuláciu agregátneho dopytu na elimináciu nezamestnanosti (keynesiánsky pohľad) ani elimináciou cyklickej nezamestnanosti na zvyšovanie výstupu (klasický pohľad). Pri obmedzení sa na konvenčný prípad, keď Okunov koeficient nie je záporný, možno rozlíšiť dve bazálne situácie:

- V nenulovom prípade vyššia absolútna hodnota Okunovho koeficientu  $\beta_{yu}$  implikuje nižšiu absolútnu hodnotu Okunovho koeficientu  $\beta_{wy}$ , čo poukazuje na vyššiu účinnosť či urgentnosť neoklasicky zameranej stabilizačnej politiky.
- V nenulovom prípade nižšia absolútna hodnota Okunovho koeficientu  $\beta_{yu}$  implikuje vyššiu absolútnu hodnotu Okunovho koeficientu  $\beta_{wy}$ , čo preukazuje vyššiu účinnosť či urgentnosť keynesiánsky zameranej stabilizačnej politiky.

Zároveň postupným porovnávaním hodnôt Okunových koeficientov možno hodnotiť, ktorým ekonomickým prostrediam bude viac vyhovovať z hľadiska účinnosti ten a ten typ stabilizačnej politiky.

## 5. ZÁVER

Možno sa nazdávať, že problémy rozoberané v tomto článku v špecifickom kontexte Okunovho zákona sa týkajú aj iných oblastí makroekonómie a sú typické aj pre inú než ekonomickú sféru. Žiaľ, v skutočnosti sú pri skúmaní či odhadovaní Okunovho zákona tieto problémy akosi v úzadí. Literatúra sa nevenuje otázke, čo vôbec predstavuje Okunov koeficient, ale prioritne sa sústreďuje na modifikáciu Okunovej rovnice, aby čo najlepšie reflektovala ekonomickú realitu. S tým súvisí aj hľadanie vhodného ekonometrického rámca na jej odhadovanie. Okunova rovnica sa takto modifikuje tak, aby zohľadňovala meniace sa podmienky v podobe časovo variantných regresných koeficientov (napr. Jalles, 2019; Furceri et al., 2020), asymetriu Okunovej rovnice počas hospodárskeho cyklu (napr. Boďa et al., 2015; Donayre, 2022), alebo ďalšie formy nelinearity (napr. Huang & Lin, 2006).

Jedným zo zdrojov metodologicko-interpretáčnych problémov je, že Okunova rovnica vznikla veľmi silným zjednodušením podmienok, za ktorých sa dosahuje výstup v národnom hospodárstve. Okun špeciálne akcentoval úlohu (veľkosti) pracovnej sily, odpracovaných hodín a produktivity práce, ktoré účelne zanedbal za predpokladu ich proporcionality s (ne)zamestnanosťou, a následne koreloval iba cyklické fluktuácie produktu a cyklické fluktuácie nezamestnanosti. Ďalším zdrojom načrtnutých študovaných problémov je, že Okunov zákon síce vychádza z jednoduchej regresnej rovnice, regresand i regresor majú v skutočnosti endogénny status, a tak nemožno spoľahlivo hodnotiť potenciálne kauzálne vzťahy v smere účinkov regresora na regresanda. K tomu prispel aj Okun svojím experimentálnym odvodzovaním, keď prechádzal z jedného vyjadrenia k druhému (a zamieňal úlohu regresora a regresanda).

Kľúčovým prvkom Okunovej rovnice je Okunov koeficient, ktorý určuje väzbu medzi nezamestnanosťou a produktom (resp. produktom a nezamestnanosťou) počas hospodárskeho cyklu. Tento článok argumentuje v prospech troch základných interpretácií Okunovho koeficientu:

- Okunov koeficient je predsa len miera, ktorá zachytáva kosenzitivitu alebo koelastickosť medzi cyklickými výkyvmi ekonomiky v krátkom období. Je však zjavne vhodné sledovať súčasne oba vyjadrenia Okunovho koeficientu  $\beta_{yu}$  a  $\beta_{wy}$ , pretože vysoká hodnota jedného vyjadrenia (v absolútnom meradle) implikuje nízku hodnotu druhého vyjadrenia (v absolútnom meradle). Nejde v žiadnom prípade o nejakú (jednoduchú či jednostrannú) mieru senzitivity alebo elasticity nezamestnanosti na produkt či produktu na nezamestnanosť počas hospodárskeho cyklu.
- Okunov koeficient je možné interpretovať ako koeficient určujúci simultánnosť vo vývoji nezamestnanosti a produktu počas hospodárskeho cyklu za pomoci frázy „je v priemere sprevádzaný“, prípadne iného adekvátneho vyjadrenia. Týmto sa vlastne vyjadruje vzťah 1 ku  $\beta_{yu}$ , ale treba si uvedomiť, že automaticky vývoj nezamestnanosti nemá vplyv na vývoj produktu. Obe veličiny sa vyvíjajú súbežne vplyvom veľkého množstva na ne pôsobiacich faktorov.
- Posledná interpretácia Okunovho koeficientu súvisí s použitím Okunovho zákona pri plánovaní a implementácii stabilizačnej politiky a zdanlivo nasúva Okunovmu zákonu kauzálny obsah. Toto zdanie však vyplýva z kontrafaktuálneho pohľadu na Okunov zákon a predpokladá, že je možné realizovať intervencie v národnej ekonomike na strane nezamestnanosti alebo produktu za podmienok *ceteris paribus* a potlačiť pôsobenie iných faktorov vstupujúcich do vzťahu medzi nezamestnanosťou a produktom. Okunov koeficient potom naozaj meria očakávaný efekt zmien v oblasti (ne)zamestnanosti na produkt či zmien produktu na (ne)zamestnanosť, ale skutočný efekt bude zrejme o niečo odlišný. Napriek tomu ide o prostriedok, ktorý umožňuje národohospodárske plánovanie alebo modelovanie, keďže Okunov zákon býva vbudovaný do makroekonomických modelov centrálnych bánk a fiškálnych inštitúcií.

Z odvodzovania vzťahu medzi odhadmi Okunových koeficientov  $\beta_{yu}$  a  $\beta_{wy}$  metódou najmenších štvorcov vyplýva, že Okunov koeficient by mal byť sledovaný a vyhodnocovaný spolu s koeficientom determinácie, ktorý *de facto* meria, do akej miery je interpretácia Okunovho koeficientu v zmysle kosenzitivity či koelastickosti oslabovaná, keď sa prechádza z jedného odhadu k druhému.

**Článok vznikol v rámci riešenia projektovej úlohy VEGA č. 1/0053/22.**

## LITERATÚRA

- Abel, A. B. & Bernanke, B. S. & Croushore, D (2023). *Macroeconomics*. 11. vyd. Harlow: Pearson Education.
- Aginta, H. & Mendez, C. & Someya, M. (2023). Regional Okun's law and endogeneity: evidence from the Indonesian districts. *Applied Economics Letters, Online First*, 1 – 8. <https://doi.org/10.1080/13504851.2023.2267814>
- An, Z. & Ghazi, T. & Gonzalez Prieto, N. & Ibourk, A. (2019). Growth and jobs in developing economies: Trends and cycles. *Open Economies Review*, 30(5), 875 – 893. <https://doi.org/10.1007/s11079-019-09551-9>
- An, Z. & Bluedorn, J. & Ciminelli, G. (2022). Okun's law, development, and demographics: Differences in the cyclical sensitivities of unemployment across

- economy and worker groups. *Applied Economics*, 54(36), 4227 – 4239. <https://doi.org/10.1080/00036846.2022.2027333>
- Ball, L. & Furceri, D. & Leigh, D. & Loungani, P. (2019). Does one law fit all? Cross-country evidence on Okun's law. *Open Economies Review*, 30 (5), 841 – 874. <https://doi.org/10.1007/s11079-019-09549-3>
- Ball, L. & Leigh, D. & Loungani, P. (2017). Okun's law: Fit at 50? *Journal of Money, Credit and Banking*, 49(7), 1413 – 1441. <https://doi.org/10.1111/jmcb.12420>
- Bartolucci, F. & Choudhry, M. T. & Marelli, E. & Signorelli, M. (2018). GDP dynamics and unemployment changes in developed and developing countries. *Applied Economics*, 50(31), 3338 – 3356. <https://doi.org/10.1080/00036846.2017.1420894>
- Ben-Salha, O. & Mrabet, Z. (2019). Is economic growth really jobless? Empirical evidence from North Africa. *Comparative Economic Studies*, 61(4), 598 – 624. <https://doi.org/10.1057/s41294-018-00082-9>
- Blanchard, O. (2021). *Macroeconomics*. 8. vyd. Harlow: Pearson Education, 576 p.
- Blinder, A. S. (1997). Is there a core of practical macroeconomics that we should all believe? *The American Economic Review*, 87(2), 240 – 243. <https://www.jstor.org/stable/2950924>
- Boďa, M. & Medveďová, P. & Považanová, M. (2015). (A)symetria v Okunovom zákone v štátoch Vyšehradskej skupiny. *Politická ekonomie*, 63(6), 741 – 758. <https://doi.org/10.18267/j.polek.1024>
- Boďa, M. & Považanová, M. (2019). Okun's law in the Visegrád group countries. *Europe-Asia Studies*, 71(4), 608 – 647. <https://doi.org/10.1080/09668136.2019.1598936>
- Boďa, M. & Považanová, M. (2024). A quarter century of Okun's law in scholarly literature. *Journal of the Knowledge Economy*, Online First, 1 – 60. <https://doi.org/10.1007/s13132-024-02425-7>
- Butkus, M. & Dargentytė-Kacilevičienė, L. & Matuzevičiūtė, K. & Šeputienė, J. & Ruplienė, D. (2023). Age and gender-specific output-employment relationship across economic sectors. *Ekonomický časopis*, 71(1), 3 – 22. <https://doi.org/10.31577/ekoncas.2023.01.01>
- Clark, P. K. (1977). *Potential gap in the United States, 1948 – 1980*. In: U.S. productive capacity: Estimating the utilization gap. Center for the Study of American Business, Washington University Working Paper 23.
- Daly, M. C. & Fernald, J. & Jordà, O. & Nechio, F. (2015). Output and unemployment dynamics. Federal Reserve Bank of San Francisco Working Paper Series, 2013-32 (verzia k 30. marcu 2015).
- Dixon, R. & Lim, G. C. & Van Ours, J. C. (2017). Revisiting the Okun relationship. *Applied Economics*, 49(28), 2749 – 2765. <https://doi.org/10.1080/00036846.2016.1245846>
- Donayre, L. (2022). On the behavior of Okun's law across business cycles. *Economic Modelling*, 112(C). <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2022.105858>
- Đurech, R. & Minea, A. & Mustea, L. & Slušná, L. (2014): Regional evidence on Okun's law in Czech Republic and Slovakia. *Economic Modelling*, 2014, 42(C), 57 – 65. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2014.05.039>
- Furceri, D. & Jalles, J. T. & Loungani, P. (2020). On the determinants of the Okun's law: New evidence from time-varying estimates. *Comparative Economic Studies*, 62(4), 661 – 700. <https://doi.org/10.1057/s41294-019-00111-1>
- Grant, A. L. (2018). The Great Recession and Okun's law. *Economic Modelling*, 69(C), 291 – 300. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2017.10.002>

- Huang, G. & Huang, H.-C. & Liu, X. & Zhang, J. (2020). Endogeneity in Okun's law. *Applied Economics Letters*, 27(11), 910 – 914. <https://doi.org/10.1080/13504851.2019.1646861>
- Huang, H.-C., & Lin, S.-C. (2006). A flexible nonlinear inference to Okun's relationship. *Applied Economics Letters*, 13(5), 325 – 331. <https://doi.org/10.1080/13504850500398625>
- Jalles, J. T. (2019). On the time-varying relationship between unemployment and output: What shapes it? *Scottish Journal of Political Economy*, 66(5), 605 – 630. <https://doi.org/10.1111/sjpe.12200>
- Jurečka, V. & Macháček, M. & Hlaváček, K. & Jánošíková, I. & Paličková, I. & Spáčilová, L. & Wroblowský, T. (2023). *Makroekonomie*. 4. vyd.
- Kaiser, R. & Maravall, A. (1999). Estimation of the business cycle: A modified Hodrick-Prescott filter. *Spanish Economic Review*, 1(2), 175 – 206. <https://doi.org/10.1007/s101080050008>
- Lodewijks, J. (1989). Arthur Okun's contribution to the macroeconomic policy debates in the 1970s. *Economic Analysis and Policy*, 19(2), 141 – 160. [https://doi.org/10.1016/S0313-5926\(89\)50022-5](https://doi.org/10.1016/S0313-5926(89)50022-5)
- Mach, M. (2021). *Makroekonomie II pro magisterské (inženýrské) studium*. Praha: Melandrium.
- Nebot, C. & Beyaert, A. & García-Solanes, J. (2019). New insights into the nonlinearity of Okun's law. *Economic Modelling*, 82(C), 202 – 210. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2019.01.005>
- Okun, A. M. (1962). *Potential GNP: Its measurement and significance*. Proceedings of the Business and Economics Section. American Statistical Association, 98 – 103.
- Pedersen, T. M. (2001). The Hodrick-Prescott filter, the Slutsky effect, and the distortionary effect of filters. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 25(8), 1081 – 1101. [https://doi.org/10.1016/S0165-1889\(99\)00059-7](https://doi.org/10.1016/S0165-1889(99)00059-7)
- Perman, R. & Stephan, G. & Tavéra, C. (2015) Okun's law – a meta-analysis. *The Manchester School*, 83(1), 101 – 126. <https://doi.org/10.1111/manc.12057>
- Perman, R. & Tavéra, C. (2007). Testing for convergence of the Okun's law coefficient in Europe. *Empirica*, 34(1) 45 – 61. <https://doi.org/10.1007/s10663-006-9025-9>
- Plosser, C. I. & Schwert, W. (1979). Potential GNP: Its measurement and significance: A dissenting opinion. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 10(1), 179 – 186. [https://doi.org/10.1016/0167-2231\(79\)90009-5](https://doi.org/10.1016/0167-2231(79)90009-5)
- Považanová, M. & Kollár, J. & Medveďová, P. & Mazúrová, B. (2022). *Makroekonómia hospodárskych cyklov v uzavretej ekonomike*. Bratislava: Wolters Kluwer.
- Smith, G. (1974). Okun's law revisited. *Cowles Foundation Discussion Papers 380, Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University*.
- Thirlwall, A. P. (1969). Okun's law and the natural rate of growth. *Southern Economic Journal*, 36(1), 87 – 89. <https://doi.org/10.2307/1056813>

## RESUMÉ

Článok reaguje na problémy, ktoré vyvstávajú s chápaním a interpretáciou Okunovho zákona, ktorý sa používa v súdobej makroekonómii na korelovanie cyklického vývoja nezamestnanosti a cyklického vývoja produktu. Aj keď je článok zameraný na špecifickú makroekonomickú tému, podstata problému sa pravdepodobne týka aj iných vedných oblastí, kde sa používajú jednoduché regresné vzťahy opisujúce korelačné väzby bez prvku kauzality. V dôsledku toho možno pri aplikácii zamieňať úlohu regresanda a regresora, ale komplikuje sa interpretácia regresného koeficientu. Limitujúcim faktorom je, že regresand aj regresor (tu cyklické fluktuácie



v nezamestnanosti a produkte) sú endogénne premenné. Článok dokladá príklady nesprávnej a vhodnej interpretácie Okunovho koeficientu (tzn. smernicového koeficientu v regresii) a poukazuje na to, že v prípade použitia metódy klasických najmenších štvorcov pri odhadovaní parametrov nemožno z jedného vyjadrenia rovnice „nezamestnanosť vs. produkt“ prejsť jednoducho k rovnici "produkt vs. nezamestnanosť", ale že naivné postupy aplikované samotným Okunom vedú k nesprávnej hodnote Okunovho koeficientu. Tento článok argumentuje v prospech troch základných interpretácií Okunovho koeficientu:

- Okunov koeficient je predsa len miera, ktorá zachytáva kosenzitivitu alebo koelastickosť medzi cyklickými výkyvmi ekonomiky v krátkom období. Je však zjavne vhodné sledovať súčasne obe vyjadrenia Okunovho koeficientu, pretože vysoká hodnota jedného vyjadrenia (v absolútnom meradle) implikuje nízku hodnotu druhého vyjadrenia (v absolútnom meradle).
- Okunov koeficient je možné interpretovať ako koeficient určujúci simultánnosť vo vývoji nezamestnanosti a produktu počas hospodárskeho cyklu za pomoci frázy „je v priemere sprevádzaný“, prípadne iného adekvátneho vyjadrenia. Obe veličiny sa vyvíjajú súbežne vplyvom veľkého množstva na ne pôsobiacich faktorov.
- Posledná interpretácia Okunovho koeficientu súvisí s použitím Okunovho zákona pri plánovaní a implementácii stabilizačnej politiky a zdanlivo nasúva Okunovmu zákonu kauzálny obsah. Toto zdanie však vyplýva z kontrafaktuálneho uvažovania o Okunovom zákone a predpokladá, že je možné realizovať intervencie v ekonomike na strane nezamestnanosti alebo produktu za podmienok *ceteris paribus* a potlačiť pôsobenie iných faktorov vstupujúcich do vzťahu medzi nezamestnanosťou a produktom. Okunov koeficient potom naozaj meria očakávaný efekt zmien v oblasti (ne)zamestnanosti na produkt či zmien produktu na (ne)zamestnanosť, i keď skutočný efekt bude zrejme o niečo odlišný.

## RESUMÉ

The article responds to the issues arising from the understanding and interpretation of Okun's law that is used in contemporary macroeconomics to correlate cyclical fluctuations in unemployment and cyclical fluctuations of product. The article may be focused on a specific macroeconomic topic, but the merit of the issue is most likely related also to other scientific disciplines where simple regression relationships describing correlation links without any element of causality are utilized. Consequently, it is possible upon application to exchange the role of the regressand and the regressor, even though it complicates the interpretation of the regression coefficient. The limiting factor is that both the regressand and the regressor (here cyclical fluctuations in unemployment and product) are endogenous variables. The article documents examples of an incorrect and adequate interpretation of the Okun coefficient (hence, the slope regression coefficients), and demonstrates that upon the utilization of least squares in parameter estimation, it is not possible to switch simply from one equation "unemployment v. product" to another equation "product v. unemployment", and that naïve procedures applied by Okun himself lead to an incorrect value of the Okun coefficient. This article argues in favour of three basal interpretations of the Okun coefficient:

- The Okun coefficient is still a measure that captures the cosensitivity or coelasticity between cyclical variations of the economy in the short run. Nonetheless, it is apparently appropriate to assess simultaneously both representations of the Okun coefficient since a high value of one representation (in absolute magnitude) implies a low value of the other representation (in absolute magnitude).

- The Okun coefficient may be interpreted as a coefficient determining the simultaneity in unemployment-output fluctuations across the business cycle by means of the phrase "is on average associated", or by using a similar adequate expression. Both variables fluctuate contemporaneously by force of a number of factors affecting them.
- A last interpretation of the Okun coefficient is related to the use of Okun's law in the planning and implementation of stabilization policy and seemingly injects a casual content into Okun's law. This impression but follows from counterfactual reasoning regarding Okun's law and presumes that it is possible to undertake interventions in the economy on the unemployment or the product side under *ceteris paribus* conditions and suppress the effect of other factors entering into the relationship between unemployment and product. The Okun coefficient then really measures the anticipated effect of changes in the field of (un)employment on product or changes of product on (un)employment, even though the actual effect will most likely be somewhat different.

### **PROFESIJNÝ ŽIVOTOPIS**

**Doc. PhDr. Ing. Martin Bod'a, PhD.**, sa svojou vedeckou prácou orientuje na aplikáciu širšieho spektra kvantitatívnych metód v makroekonómii a financiách. Dôkazom jeho vedeckého a odborného etablovania je jeho pôsobenie ako vedeckého tajomníka a podpredsedu pre medzinárodné vzťahy Slovenskej štatistickej a demografickej spoločnosti a člena výkonného výboru Federácie európskych národných štatistických spoločností (FENStatS). Jeho profesiová orientácia za ostatné obdobie zahŕňa tri nosné súčasti: 1. makroekonomická empirika zameraná na modelovanie Okunovho zákona a hospodárskych cyklov, 2. aspekty politiky finančnej stability s dôrazom na finančnú intermediáciu, 3. vybrané aspekty korporátnych financií (modelovanie finančnej tiesne a dividendová politika).

### **KONTAKT**

[martin.boda@outlook.com](mailto:martin.boda@outlook.com)

**Roman PAVELKA, Štatistický úrad Slovenskej republiky**

## **MOŽNOSTI POUŽITÍ METOD MNOHONÁSObNÉ IMPUTACE V PROSTŘEDÍ SYSTÉMU SAS**

### **POSSIBILITIES OF USING MULTIPLE IMPUTATION METHODS IN THE SAS SYSTEM ENVIRONMENT**

#### **ABSTRAKT**

Chybějící hodnoty představují u většiny statistických analýz komplikace. Pozorování s nevyplněnými hodnotami proměnných (nazývané také jako neúplné případy) jsou ze statistických analýz zjištěných pozorování ve většině statistických softwarů implicitně vyřazovány. Použití úplných případů (pozorování s kompletně vyplněnými hodnotami u všech proměnných) je sice jednoduché, ale zpravidla vykoupené ztrátou informace v důsledku vyloučení neúplných případů. Navíc vyloučení neúplných pozorování ze statistických analýz také ignoruje potenciální systematické rozdíly mezi odhady a skutečnými hodnotami a výsledná statistická inference nemusí být použitelná na sledovanou populaci všech statistických jednotek (všech případů), zejména v podmínkách menšího počtu kompletních případů. Z tohoto důvodu je proto důležité analyzovat nejen data pozorovaná, ale i rozpoznat mechanismus chybění (statistický model resp. rozdělení pravděpodobnosti) neúplných dat s cílem jejich vhodného doplnění přijatelnými (imputovanými) hodnotami. Ačkoli existuje mnoho různých metod pro práci s nekompletními daty, jednou z nejvíce významných metod řešení otázek neúplnosti zjištěných dat se stala metoda mnohonásobné imputace. I v prostředí analytického systému SAS použití metody mnohonásobné imputace představuje jednu z možností řešení neúplných dat, a právě toto bude náplní předkládaného článku.

#### **ABSTRACT**

Missing values represent a complication in most statistical analyses. Observations with incomplete values of variables (also called incomplete cases) are implicitly excluded from statistical analyses of the detected observations in most statistical softwares. The use of complete cases (observations with completely filled values for all variables), is simple, though usually redeemed by the loss of information due to the exclusion of incomplete cases. Moreover, excluding incomplete observations from statistical analyses also ignores potential systematic differences between estimates and actual values, and the resulting statistical inference may not be applicable to the population of interest for all statistical units (all cases), especially in conditions of fewer complete cases. For this reason, it is therefore important to analyse not only the observed data, but also to recognise the 'missing' mechanism (statistical model or probability distribution) of incomplete data in order to appropriately fill them with acceptable (imputed) values. Although there are many different methods for working with incomplete data, the multiple imputation method has become one of the most important methods for dealing with the incompleteness of the observed data. Even in the SAS analytical system environment, the use of the multiple imputation method represents one of the options for dealing with incomplete data, and this is the content of the present paper.

#### **KLÍČOVÁ SLOVA**

analytický systém SAS, inference, mechanismus chybění, mnohonásobná imputace

**KEY WORDS**

analytical SAS system, inference, mechanism of missingness, multiple imputation

**1. ÚVOD DO PROBLEMATIKY MNOHONÁSOBNÉ IMPUTACE**

Programový systém SAS při řešení otázek neúplnosti zjištěných dat uplatňuje více strategií a metod. Některé procedury SAS uplatňují metodu všech dostupných případů, tj. do analýzy jsou zařazeny všechny případy (zpravodajské jednotky) s použitelnou informací. Například procedura CORR (analyzuje míry těsnosti závislosti proměnných) odhaduje průměr proměnné tak, že použije všechny případy ve sledované proměnné ignorujíc možné chybějící hodnoty v ostatních proměnných. Podobný způsob procedura uplatňuje i v rámci odhadů korelace, kde jsou začleněny vyplněné dvojice hodnot u vybraných sledovaných proměnných bez ohledu na hodnoty ostatních proměnných. I když se může jednat o lepší využití dostupných údajů, výsledná korelační matice nemusí být pozitivně definitní<sup>1</sup>.

Jinou strategií programového systému SAS v otázce chybějících údajů je jednoduchá imputace, při níž je každá chybějící hodnota nahrazována jedinou hodnotou. Například imputace realizovaná (i podmíněným) průměrem, kdy se každá chybějící hodnota analyzované proměnné nahrazuje (ne)podmíněným průměrem z ostatních vyplněných hodnot této proměnné. Imputace průměrem doplňuje chybějící hodnoty jako by byly hodnoty, známy v rámci analýzy kompletních případů. Jednoduchá imputace však nezohledňuje nejistotu při predikci neznámých chybějících hodnot (Rubin 1987, s. 13) a výsledné odhadované rozptyly odhadů parametrů jsou vychýlené (zkreslené) směrem k nule.

Nejvýznamnější imputační metodou v programovém systému SAS je metoda mnohonásobné imputace. Namísto doplnění jedné hodnoty za každou chybějící hodnotu se každá chybějící hodnota nahradí množinou přijatelných hodnot, které představují nejistotu ohledně imputované hodnoty (Rubin, 1976, 1987). Soubory mnohonásobně imputovaných dat se pak analyzují pomocí standardních postupů pro úplná data. Lineární kombinací výsledků analýz imputovaných dat se odhadne výsledná doplněná hodnota včetně odhadu rozptylu této nahrazené hodnoty.

Mnohonásobnou imputaci v programovém systému zajišťuje procedura MI, která svou funkcionalitou vytváří soubory imputovaných dat pro neúplná (i mnohorozměrná) data. Procedura aplikuje metody, které zahrnují vhodnou variabilitu imputovaných hodnot napříč zvoleného počtu imputací. Systém SAS nabízí více metod mnohonásobné imputace, jejichž volba závisí na typu imputované proměnné (kvalitativní proměnná nebo kvantitativní proměnná) a způsobu uspořádání neúplných dat (jedná se o tzv. vzory chybění) a na dalších předpokladech uvedených dále. Statistická inference imputovaných údajů se v systému SAS realizuje pomocí procedury MIANALYZE, která slouží k odhadům imputovaných hodnot včetně odhadů jejich variability.

Metody mnohonásobné imputace v prostředí analytického systému SAS se nesnaží odhadnout každou chybějící hodnotu pomocí simulovaných hodnot. Mnohonásobná imputace se naopak provádí generováním náhodného výběru chybějících hodnot s předem definovaným rozdělením, který umožňuje platné statistické závěry

<sup>1</sup> Symetrická matice  $A$  řádu  $n$  se nazývá pozitivně definitní, jestliže pro každý nenulový sloupcový vektor  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$  platí  $x^T A x > 0$ .

adekvátně odrážející nejistotu způsobenou chybějícími hodnotami (SAS Institute Inc., 2023, s. 6407).

## 2. MNOHONÁSOBNÉ IMPUTACE – HISTORIE, PRINCIP A PŘEDPOKLADY

### HISTORIE MNOHONÁSOBNÉ IMPUTACE

Použití mnohonásobné imputace (v dalším textu zkratkou jako „MI“) ke zpracování neúplných údajů poprvé navrhl Rubin v roce 1978 ve svém článku (Rubin, 1978). V souvislosti s rozsáhlými výběrovými šetřeními, v nichž měly být údaje shromážděné v jedné studii použity potenciálně velkým počtem výzkumníků pro řadu různých analýz, přístup k chybějícím údajům rozvinul dále Rubin ve své práci (Rubin, 1987). Metoda MI však v té době zůstávala neznámá, a tedy nevyužívaná především kvůli nedostatku vhodných výpočetních zařízení. S příchodem rychlejších počítačů v posledních desetiletích se však MI stala poměrně populární v kontextu výběrových i nevýběrových šetření (Rubin, 1996; Schafer, 1997a; Schafer & Olsen, 1998). MI také byla dobře rozpracována v řadě článků, které porovnávaly přístupy k řešení chybějících dat v rámci modelování strukturálních rovnic (např. Newsom, 2023). Dalším důvodem popularity MI v poslední době je skutečnost, že po nástupu algoritmu EM<sup>2</sup> koncem 70. let 20. století začali statistici považovat chybějící hodnoty za zdroj variability, kterou je třeba zprůměrovat (místo toho, aby chybějící hodnoty považovali za obtíž). Toto průměrování MI dokáže provést velmi jednoduchým způsobem.

### PRINCIP MNOHONÁSOBNÉ IMPUTACE

MI je v podstatě rozšířením myšlenky jednoduché imputace, kdy je každá chybějící hodnota nahrazena souborem  $m > 1$  přijatelných hodnot, aby se vytvořilo  $m$  zřejmě úplných souborů dat. Těchto  $m$  datových souborů se pak analyzuje pomocí standardních statistických metod a výsledky se kombinují pomocí technik navržených Rubinem (Rubin, 1987). Tímto způsobem se získají odhady parametrů a standardní chyby, které adekvátně zohledňují nejistotu způsobenou chybějícími hodnotami dat.

Ve většině aplikací stačí k dosažení uspokojivých výsledků pouhých tři až pět imputací. Podle (Rubin, 1987, s. 147) platí, že efektivita odhadů založených na  $m$  imputacích je přibližně

$$RE = \left(1 + \frac{\lambda}{m}\right)^{-1} \quad (2.1)$$

kde RE označuje relativní efektivitu MI,  $\lambda$  vyjadřuje podíl chybějící informace pro odhadované parametry a  $m$  je předem určený počet imputací. Pro ilustraci při podílu chybějící informace  $\lambda = 0,3$  jsou k dosažení relativní efektivitě  $RE = 91\%$  potřebné pouze tři imputace a k dosažení relativní efektivitě  $RE = 94\%$  je potřeba pět imputací.

Statistická inferenze pomocí MI zahrnuje tři různé fáze:

1. Chybějící údaje se doplní  $m$ -krát, aby se vytvořilo  $m$  úplných souborů dat.
2.  $m$  úplných datových souborů se analyzuje pomocí standardních postupů.

<sup>2</sup> EM-algoritmus, který vznikl v sedmdesátých letech dvacátého století, je jeden z často používaných algoritmů ve statistice. EM-algoritmus v prvním, tzv. E-kroku nahradí logaritmus věrohodnostní funkce její podmíněnou střední hodnotou při daných hodnotách data a parametrů a ve druhém kroku (tzv. M-kroku) hledá odhady parametrů maximalizací této podmíněné střední hodnoty.

3. Výsledky analýz z  $m$  úplných datových souborů se zkombinují za účelem vyvození statistických závěrů.

### **PŘEDNOSTI MNOHONÁSOBNÉ IMPUTACE**

Jak již bylo zmíněno, MI byla vyvinuta v kontextu rozsáhlých průzkumů, v nichž mají být údaje shromážděné v rámci jednoho šetření použity potenciálně velkým počtem výzkumných pracovníků pro řadu různých analýz. V tomto kontextu je ideální, když mnohonásobná imputace (neúplných) dat může být realizována autorem statistického šetření (který má obvykle přístup k více informacím než jednotliví uživatelé) a všichni uživatelé pak mohou analyzovat výsledné úplné soubory dat pomocí standardního statistického softwaru.

I když toto prvotní zpracování zjištěných dat platí i pro metody jednoduché imputace, většina metod jednoduché imputace má svá omezení. I kdyby bylo možné chybějící hodnoty imputovat metodami jednoduché imputace tak, aby nedošlo ke zkreslení rozdělení proměnných a vztahů mezi proměnnými, imputované datové soubory získané nahrazením každé chybějící hodnoty nějakým bodovým odhadem by stále nedokázaly zohlednit nejistotu chybějících údajů, a tudíž by podhodnocovaly variabilitu datového souboru. V důsledku toho by standardní chyby odhadů parametrů byly podhodnoceny a míra chyb typu I pro jakýkoli test hypotézy by byla vyšší než předem stanovená hladina významnosti testu (tj. test by byl pozitivně zkreslený). Pomocí MI lze kombinovat výsledky z řady analýz úplných údajů a řešit tak nejistotu způsobenou chybějícími hodnotami.

Velkou výhodou metody MI oproti ostatním odhadům, které se mohou také vhodně vypořádat s odhady parametrů v podmínkách chybějících dat, je jednoduchost metody pro většinu praktických situací. Metody odhadu založené na věrohodnostní funkci jsou specifické pro daný imputační problém a mohou vyžadovat zcela odlišné výpočetní postupy pro integraci chybějících údajů pro různé modely aplikované na stejný soubor dat. Naproti tomu v případě MI mohou stejné soubory imputovaných dat používat různí uživatelé pro různé typy analýz pomocí jakéhokoli populárního statistického softwaru, aniž by se tito uživatelé museli zabývat řešením problému chybějících údajů.

### **NEZBYTNÉ PŘEDPOKLADY MNOHONÁSOBNÉ IMPUTACE**

Mnohonásobné imputace se vytvářejí na základě předpokladu určitého imputačního modelu, na jehož správnosti závisí úspěch či neúspěch této imputační metody. Podle (Russell, Sinharay, 2001) aspekty analýzy neúplných dat, pro které jsou v MI vyžadovány určité předpoklady, jsou:

- pravděpodobnostní model pro hodnoty dat,
- apriorní rozdělení pro parametry modelu dat a
- mechanismus neodpovědí.

Ve výběrovém souboru složeném ze zjištěných údajů o rozsahu  $n$  jednotek jsou zpravidla definovány dva druhy proměnných. První druh zahrnuje proměnné, které popisují charakteristiky jednotek zajímavé pro účely statistického zjišťování, a to plně pozorovatelné vysvětlující proměnné (kovariáty)  $X$  a vysvětlované (závislé na vysvětlujících proměnných) proměnné  $Y$ , které jsou předmětem výzkumného zájmu. Sledované proměnné  $Y$ , které u každé jednotky reprezentuje náhodný vektor  $p$

proměnných  $Y_i = (Y_1, \dots, Y_p)$ , jsou náhodné a  $y_i = (y_1, \dots, y_p)$  představuje realizaci  $Y_i$  pro  $i$ -tou respondující jednotku z výběrového souboru rozsahu  $n$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

**Datový model.** Prvním a nejdůležitějším krokem při realizaci doplnění chybějících dat metodou mnohonásobných imputací za chybějící hodnoty v souboru dat je potřebný předpoklad pravděpodobnostního modelu, který vztahuje úplná data  $Y$  (tj. kombinaci pozorovaných hodnot  $Y_{obs}$  a chybějících hodnot  $Y_{mis}$ ) k množině odhadovaných parametrů. Na vybraném pravděpodobnostním modelu je založen výpočet pozorované věrohodnostní funkce na základě pozorovaných hodnot  $Y_{obs}$ . Na rozdíl od četnostních metod hledání maxima věrohodnostní funkce, odhadované chybějící hodnoty nejsou považovány za konstanty, nýbrž v procesu mnohonásobné imputace je odhadováno rozdělení chybějících hodnot  $Y_{obs}$ . Pomocí tohoto pravděpodobnostního modelu a apriorního rozdělení odhadovaných parametrů (viz následující části textu) se najde prediktivní rozdělení  $p(Y_{mis}|Y_{obs})$  pro chybějící hodnoty  $Y_{mis}$  podmíněné pozorovanými hodnotami  $Y_{obs}$ . Následně se z tohoto prediktivního rozdělení vygenerují imputované hodnoty. Metoda mnohonásobné imputace je tedy založena na tzv. bayesovském modelování, které je podrobněji popsáno například v článku (Pavelka, 2024a).

Předpokládaný pravděpodobnostní model by měl zahrnovat všechny znalosti o procesu, který zjištěná data generují. Pro spojité proměnné je nejvhodnějším modelem vícerozměrný normální model. Jednou z klíčových výhod je, že tento pravděpodobnostní model je výpočetně zvládnutelný. Ukazuje se (viz např. Schafer, 1997, s. 147-148, a tam uvedené odkazy), že vícerozměrný normální model poskytuje celkem přijatelné výsledky i v případě, že proměnné jsou binární nebo kategoriální, přičemž imputace se provádějí za předpokladu normálního modelu a imputované hodnoty se pak zaokrouhlují na nejbližší kategorii. Pokud existuje proměnná, která se nezdá být normálně rozdělena, lze ji transformovat na normální proměnnou a imputované hodnoty transformovat zpět na původní škálu. Mezi další modely, které analytici dat používají, patří logaritmicke-lineární model pro kategoriální proměnné, směs logaritmicke-lineárního modelu a vícerozměrného normálního modelu pro smíšené soubory spojitých a kategoriálních dat a hierarchický lineární model (Bryk & Raudenbush, 1992).

**Apriorní rozdělení.** Statistický přístup používaný k provedení metody vícenásobné imputace založené na modelu je obvykle bayesovský, a proto je nutné určit apriorní rozdělení parametrů pro provedení analýz. Apriorní rozdělení a věrohodnostní datový model poskytnou prediktivní rozdělení  $p(Y_{mis}|Y_{obs})$  pro chybějící hodnoty podmíněné pozorovanými hodnotami  $Y_{obs}$ , ze kterého lze generovat imputace. Obvykle se pro pohodlí při provádění MI používají tzv. neinformativní apriorní rozdělení<sup>3</sup>. Kvůli subjektivitě spojené s volbou prioritních rozdělení byly bayesovské metody někdy kritizovány. Volbou neinformativního apriorního rozdělení lze subjektivitě zabránit. U mnoha analýz dat na apriorních (předběžných) rozděleních téměř nezáleží, protože i při středně velkých velikostech vzorků dává každé rozumné apriorní rozdělení

<sup>3</sup> Apriorní rozdělení vyjadřuje prvotní znalosti o odhadovaných parametrech ještě předtím, než se analyzují pozorovaná data. Neinformativní apriorní rozdělení se užívá za podmínek, kdy nemáme téměř žádné předběžné znalosti o parametrech. Pokud apriorní rozdělení přímo nevyplývá z předběžných znalostí, často se používají konjugovaná rozdělení. Konjugovaná rozdělení zajišťují, že funkcionální forma výsledného aposteriorního (prediktivního) rozdělení je stejná jako rozdělení apriorní. Apriorní rozdělení sehrává významnou úlohu zejména v případech, kdy je vzorek pozorovaných dat příliš malý.

v podstatě stejné výsledky. Pokud je velikost vzorku malá, je dobré před vyvozením závěrů provést analýzu při různých rozděleních předpovědí a zjistit, zda se výsledky změň.

**Mechanismus chybění.** MI je metoda založená na modelu, který předpokládá, že chybějící údaje jsou náhodné (v literatuře označované jako *Missing At Random* – zkratkou MAR). Podle (Pavelka, 2024b) při náhodném chybění rozdělení chybějících údajů závisí pouze na zjištěných (pozorovaných) hodnotách. Předpoklad MAR umožňuje využít vztahy mezi proměnnými, které jsou zřejmé z pozorovaných dat, k získání imputovaných hodnot pro chybějící pozorování. Například ve studii, v níž jsou dostupné informace o mnoha proměnných na pozadí (kovariáty  $X$ ) s chybějícími hodnotami pouze pro jednu proměnnou  $Y$ , předpoklad MAR (chybějící hodnota proměnné  $Y$  závisí pouze na  $X$ ) povede ke zjištění, jak  $Y$  závisí na  $X$  z úplných případů. Tento vztah závislosti (nejčastěji regresní přímka spolu s reziduální standardní chybou) lze použít k předpovědi chybějících hodnot  $Y$  z odpovídajících hodnot  $X$ . V mnohých analýzách nelze platnost předpokladu MAR ověřit a nedají se vyloučit ani jiné neměřitelné faktory, které způsobily chybějící hodnoty sledované proměnné.

**Matematická idea metody MI.** Jako první imputace neúplných dat metodou MI navrhl Rubin (Rubin, 1987). Rubinem navržený přístup je bayesovské povahy a zpopularizoval jej Schafer (Schafer, 1997), který poskytl podrobné algoritmy pro vytváření mnohonásobných imputací v různých situacích. Základní myšlenkou MI je získat prediktivní rozdělení chybějících hodnot vzhledem k pozorovaným datům. Predikční rozdělení  $p(Y_{mis}|Y_{obs}, X)$  lze zapsat jako

$$\begin{aligned} p(Y_{mis}|Y_{obs}, X) &= \int_{\theta} p(Y_{mis}, \theta|Y_{obs}, X) d\theta \\ &= \int_{\theta} p(Y_{mis}|Y_{obs}, X, \theta) p(\theta|Y_{obs}, X) d\theta \end{aligned} \quad (2.2)$$

Chybějící hodnoty se zpravidla imputují ve 2 krocích. Nejprve se generuje hodnota parametru z pozorovaného aposteriorního rozdělení  $p(\theta|Y_{obs}, X)$ . Generování hodnoty parametru vyžaduje provedení bayesovské analýzy chybějících dat zpravidla simulací markovských řetězců (Gelman, Carlin, Stern, Dunson, Vehtari & Rubin, 1995). Vygenerovaná hodnota parametru se využije k simulaci vektoru chybějících dat z podmíněného aposteriorního rozdělení  $p(Y_{mis}|Y_{obs}, X, \theta)$ .

**Imputační model a analytický model MI.** Klíčovým rysem metody MI je oddělení modelu použitého k získání imputací od modelu použitého pro analýzu souboru dat. Ačkoli imputace obvykle provádí osoba, která shromáždila data, konečnou analýzu může provádět mnoho dalších uživatelů, kteří sdílejí soubor dat. Osoba, která data sbírá, má samozřejmě mnohem lepší znalosti o datech a je pravděpodobně nejlepší osobou pro provedení imputací. Budoucí uživatelé (datoví analytici) mohou použít k provedení konečné analýzy jakoukoli techniku úplných dat (která je k dispozici v jakémkoli standardním statistickém softwaru) a nemusejí si dělat starosti s mechanismem chybějících údajů, protože mají v podstatě přístup k souborům úplných údajů.

Aby analýzy dat doplněných metodou MI poskytovaly uspokojivé výsledky, musí imputační model být kompatibilní s modely uplatněnými v analýzách kompletních dat. Například podle (Schafer & Olsen, 1998) pokud je zájmová proměnná  $Y$  imputována



podle normálního modelu zahrnujícího proměnnou  $X_1$  a při analýzách kompletních dat po imputaci výzkumník k předpovědi proměnné  $Y$  použije lineární regresní model obsahující vysvětlující proměnné  $X_1$  a  $X_2$  (kdy proměnná  $X_2$  nebyla součástí imputačního modelu), odhadovaný koeficient pro vysvětlující proměnnou  $X_2$  může být vychýlený směrem k nule. Možné vychýlení odhadu regresního koeficientu pro vysvětlující proměnnou  $X_2$  je zapříčiněno tím, že doplňované hodnoty byly imputovány modelem neuvažujícím vztah mezi vysvětlovanou proměnnou  $Y$  a vysvětlující proměnnou  $X_2$ . Z tohoto důvodu je vhodné do imputačního modelu zahrnout co nejvíce vysvětlovaných proměnných.

### 3. MOŽNOSTI SYSTÉMU SAS PŘI IMPUTACI HODNOT METODOU MI

#### STRUČNÝ PŘEHLED PROCEDURY MNOHONÁSOBNÉ IMPUTACE MI

V programovém systému SAS je procedurou mnohonásobné imputace procedura MI, která vytváří soubory mnohonásobně imputovaných dat pro neúplné  $p$ -rozměrné vícerozměrné proměnné. Používá metody, které zapracovávají vhodnou variabilitu napříč  $m$  imputacemi. Volba metody imputace závisí na tzv. vzorech chybějících údajů a na typu imputované proměnné. Vzor chybějících údajů ilustruje konfiguraci pozorovaných hodnot a jejich chybění v zjištěném statistickém souboru (Kang, 2013). Za účelem zjištění vzoru chybění lze řádky a sloupce datové matice seřadit tak, aby vznikly charakteristické vzory chybějících údajů.

Monotónní vzor chybění vzniká v případě, pokud v datovém souboru s proměnnými  $(Y_1^T, \dots, Y_p^T)$  existuje pro  $i$ -tou zpravodajskou jednotku určitá proměnná  $Y_{ij^*}$ , od které jsou všechny následující proměnné nepozorované, tj. nepozorované proměnné  $Y_{ik}$  jsou pro  $k > j^*$ ,  $k = j + 1, \dots, p$ . U datových souborů s monotónními chybějícími vzory lze proměnné s chybějícími hodnotami postupně imputovat pomocí vysvětlujících proměnných (plně pozorovaných kovariát) vytvořených z odpovídajících souborů předchozích proměnných. K imputování chybějících hodnot pro spojitou proměnnou lze použít regresní metodu (Rubin, 1987, s. 166-167), metodu prediktivní shody průměrů (Raghunathan, Lepkowski, Van Hoewyk a Solenberger, 2001) nebo metodu propensitního skóre (Rubin, 1987, s. 124, 158; Ling, Montez-rath, Mathur, Kapphahn, Desai, 2020). Imputování chybějících hodnot pro klasifikační proměnnou lze realizovat metodou logistické regrese, pokud má klasifikační proměnná binární, nominální nebo ordinální odpověď, nebo metodou diskriminační funkce, pokud má klasifikační proměnná binární nebo nominální odpověď.

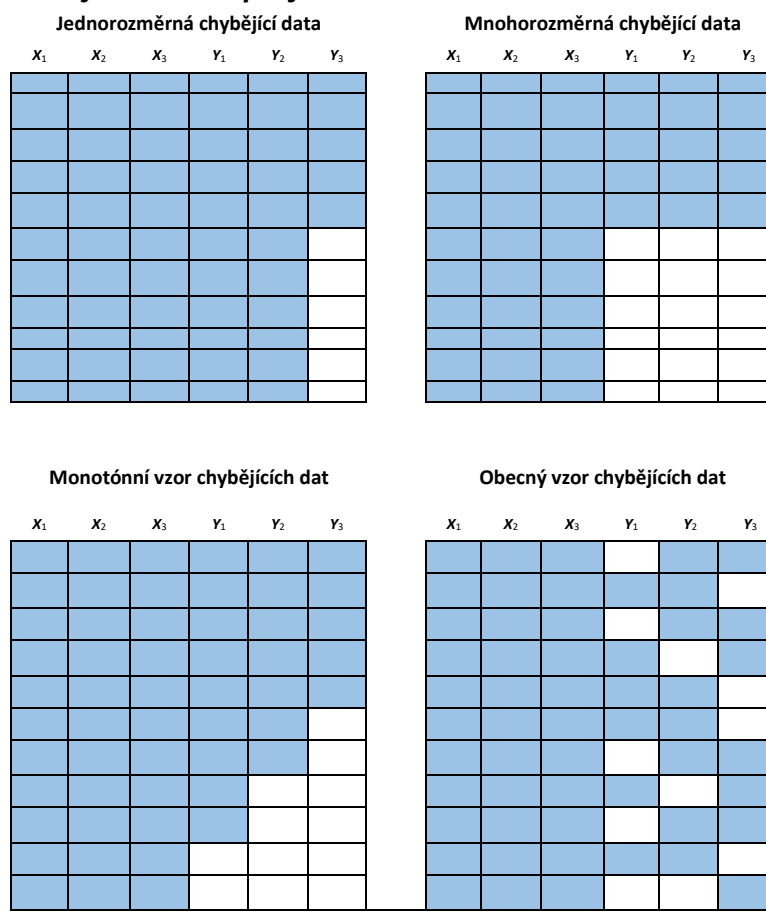
Pro datové soubory s libovolnými chybějícími vzory lze k imputování chybějících hodnot použít některou z následujících metod: metodu Markovova řetězce Monte Carlo (dále zkratkou MCMC) (Schafer, 1997), která předpokládá vícerozměrnou normalitu, nebo metodu plně podmíněné specifikace (v anglickém originálu Fully Conditional Specification – zkratkou FCS) (Brand 1999; van Buuren, 2007)<sup>4</sup>, která předpokládá existenci společného rozdělení pro všechny proměnné. Metodu MCMC lze použít k imputování buď všech chybějících hodnot, nebo jen tolika chybějících hodnot, aby imputované datové soubory měly monotónní vzor chybějících údajů. Dosažením monotónního vzoru chybějících dat se zvětšuje flexibilita při výběru imputačních modelů, jako je například metoda monotónní regrese, která nepoužívá

<sup>4</sup> Přístup FCS v mnohonásobné imputaci spočívá v imputování dat podle jednotlivých proměnných zadáním imputačního modelu pro každou proměnnou.

Markovovy řetězce. Pro každou imputovanou proměnnou je možné také zadat jinou sadu vysvětlujících proměnných (kovariát). Metoda FCS nevychází z explicitně určeného vícerozměrného rozdělení pro všechny proměnné, ale používá samostatné podmíněné rozdělení pro každou imputovanou proměnnou. Imputace metodou FCS zahrnuje dvě fáze: fázi předběžného vyplnění daty, po níž následuje fáze imputace. Ve fázi předběžného doplňování se chybějící hodnoty pro všechny proměnné doplňují sekvenčně přes proměnné, které se berou jedna po druhé. Takto vyplněné hodnoty poskytují výchozí hodnoty pro tyto chybějící hodnoty ve fázi imputace. Ve fázi imputace se chybějící hodnoty pro každou proměnnou postupně (po několik iterací) imputují. Podobně jako v případě metod pro datové soubory s monotónními chybějícími vzory je možné k imputování chybějících hodnot využít výše uvedené metody.

Ukázka 4 speciálních vzorů chybění neúplných dat je ilustrováno na obrázku č. 1. Vybarvené části představují pozorované údaje, zatímco prázdné části označují chybějící údaje.

**Obrázek č. 1: Příklady vzorů neúplných dat**



**Zdroj:** [van Buuren, 2007, s. 225]

Shrnutí metod mnohonásobné imputace procedurou MI je uvedeno na obrázku č. 2. Podrobnější informace ke každé z výše uvedených imputačních metod jsou uvedeny především v originální dokumentaci programového systému SAS (SAS Institute Inc., 2023, s. 6407-6409).

**Obrázek č. 2: Shrnutí možných metod imputace pomocí procedury MI podle [14]**

Vzor chybění	Typ imputované proměnné	Typ vysvětlující proměnné (kovariáty)	Doporučená metoda imputace
Monotónní	Spojité	Libovolná (obecná)	Monotónní lineární regrese Monotónní predikovaná shoda v průměru Monotónní propensitní <sup>1</sup> skóre
Monotónní	Klasifikační (ordinální)	Libovolná (obecná)	Monotónní logistická regrese
Monotónní	Klasifikační (nominální)	Libovolná (obecná)	Monotónní diskriminační funkce Monotónní logistická regrese
Libovolný (obecný)	Spojité	Spojité	MCMC celková imputace MCMC monotónní imputace
Libovolný (obecný)	Spojité	Libovolná (obecná)	FCS lineární regrese FCS predikovaná shoda v průměru
Libovolný (obecný)	Klasifikační (ordinální)	Libovolná (obecná)	FCS logistická regrese
Libovolný (obecný)	Klasifikační (nominální)	Libovolná (obecná)	FCS diskriminační funkce FCS logistická regrese

<sup>1</sup> Odhad pravděpodobnosti přiřazené každému pozorování u proměnné obsahují chybějící hodnoty, že pozorování je chybějící.

**Zdroj: vlastní zpracování podle (SAS Institute Inc., 2023)**

## MONOTÓNÍ METODY PRO SOUBORY DAT S MONOTÓNÍM CHYBĚNÍM

Pro datové soubory s monotónními vzory neúplnosti dat je možné využít k imputaci chybějících hodnot proměnných tzv. monotónní metody. Monotónní metoda vytváří mnohonásobné imputace postupným imputováním chybějících hodnot proměnných sekvenčně jednu po druhé. Například jsou-li v proceduře MI do příkazu VAR zahrnuté proměnné  $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$  (v tomto pořadí), monotónní metoda mnohonásobné imputace postupně simuluje generování chybějících hodnot pro proměnné  $Y_2, \dots, Y_p$  postupně pro proměnnou  $Y_2$  až po proměnnou  $Y_p$ . Potom jsou chybějící hodnoty imputovány generováním přijatelných hodnot z následující sekvence:

$$\begin{aligned}
 \theta_2^{(*)} &\sim p(\theta_2 | Y_{1(obs)}, Y_{2(obs)}) \\
 Y_2^{(*)} &\sim p(Y_2 | \theta_2^{(*)}) \\
 &\dots \\
 &\dots \\
 \theta_p^{(*)} &\sim p(\theta_p | Y_{1(obs)}, \dots, Y_{p(obs)}) \\
 Y_p^{(*)} &\sim p(Y_p | \theta_p^{(*)})
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

kde  $Y_{j(obs)}$  je množina pozorovaných hodnot  $Y_j$ . Symbol  $\theta_2^{(*)}$  označuje množinu simulovaných parametrů pro podmíněné rozdělení proměnné  $Y_j$  za podmínky kovariát konstruovaných z proměnných  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{j-1}$  a  $Y_j^{(*)}$  je množina imputovaných hodnot  $Y_j$ .

Pro počáteční proměnnou  $Y_1$  nejsou chybějící hodnoty monotónními metodami doimputovány. Chybějící údaje proměnných  $Y_2, \dots, Y_{j-1}$  nejsou doimputovány všude

tam, kde chybí hodnota proměnné  $Y_1$ . Imputace pro každou následující proměnnou  $Y_j$  je konstruována z proměnných předešlých  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{j-1}$ , které jsou použity pro statistické modelování. Statistický model pro proměnnou  $Y_j$ , z něhož je generována přijatelná hodnota pro imputaci proměnné  $Y_j$ , je vytvářen na základě předcházejícího statistického modelu. Vhodnou monotónní metodu lze samostatně zadat pro jednotlivě každou imputovanou proměnnou. Pokud není příkazy v proceduře MI zadána konkrétní metoda, systém použije metodu výchozí. Výchozí metodou pro imputaci spojité proměnné je metoda lineární regrese, pro imputaci klasifikační proměnné je výchozí metodou metoda diskriminační funkce. Procedura MI také umožňuje pro každou imputovanou proměnnou určit sadu kovariát, které jsou vytvořeny z jejich předchozích proměnných. Pokud není pro imputovanou proměnnou uvedena sada kovariát, jako kovariáty se použijí všechny předchozí proměnné v seznamu VAR.

Imputaci chybějících hodnot monotónními metodami pro spojitou proměnnou je možné realizovat pomocí regresní metody, metody prediktivní střední shody nebo metody propensivního skóre; imputace pro klasifikační proměnnou s binární nebo ordinální odezvou je realizována pomocí metody logistické regrese; metodu diskriminační funkce lze použít pro imputaci klasifikační proměnnou s binární nebo nominální odezvou.

### **PLNĚ PODMÍNĚNĚ SPECIFIKOVANÉ (FCS) METODY IMPUTACE PRO SOUBORY DAT S LIBOVOLNÝM (OBEČNÝM) VZOREM CHYBĚNÍ**

U datového souboru s libovolným (obecným) vzorem neúplných dat systém SAS nabízí použití metody FCS k imputování chybějících hodnot pro všechny proměnné za předpokladu existence simultánního rozdělení těchto proměnných (Brand 1999; van Buuren, 2007). Každá imputace metodou FCS zahrnuje 2 fáze (SAS Institute Inc., 2023, s. 6452): fázi předběžného vyplňování a následnou fázi imputací.

Ve fázi doplňování (inicializační) se chybějící hodnoty vybraných proměnných doplňují postupně přes všechny tyto proměnné – sekvenčně jedna proměnná za druhou. Chybějící hodnoty proměnných se doplňují pomocí zadané metody nebo metody výchozí, pokud metoda doplňování hodnot nebyla specifikována příkazy procedury MI. Doplněné hodnoty slouží jako výchozí pro imputaci chybějících hodnot ve fázi imputace.

Ve fázi imputace se chybějící hodnoty pro každou proměnnou imputují pomocí zadané metody a použitých kovariát při každé iteraci. Pokud opět není metoda imputace zadána, použije se výchozí metoda pro proměnnou a zbývající proměnné se použijí jako kovariáty, pokud není množina kovariát určena příkazy procedury MI. Po provedených počátečních iteracích (počet počátečních iterací se určuje příkazem procedury MI pomocí volby NBITER=) se chybějící hodnoty v proměnných nahrazují imputovanými, a to postupně jedna proměnná po druhé.

Důležitým faktorem při imputaci procedurou MI je pořadí imputovaných proměnných. Procedura MI řadí proměnné do procesu imputace tak, jak tyto proměnné byly seřazeny příkazem VAR procedury MI. Například bylo-li pořadí  $p$  proměnných v příkaze VAR procedury MI dáno jako  $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$ , potom ve stejném pořadí jsou tyto proměnné použity v doplňovací i imputační fázi.

Fáze inicializačního doplňování nahrazuje chybějící hodnoty vyplněnými hodnotami u každé proměnnou. To znamená, že u  $p$  proměnných  $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$  (v tomto pořadí) se chybějící hodnoty doplní pomocí posloupnosti:

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\theta}_1^{(0)} &\sim p(\boldsymbol{\theta}_1 | Y_{1(obs)}) \\
 Y_{1(*)}^{(0)} &\sim p(Y_1 | \boldsymbol{\theta}_1^{(0)}) \\
 Y_1^{(0)} &= (Y_{1(obs)}, Y_{1(*)}^{(0)}) \\
 &\dots \\
 &\dots \\
 \boldsymbol{\theta}_p^{(0)} &\sim p(\boldsymbol{\theta}_p | Y_1^{(0)}, \dots, Y_{p-1}^{(0)}, Y_{p(obs)}) \\
 Y_{p(*)}^{(0)} &\sim p(Y_p | \boldsymbol{\theta}_p^{(0)}) \\
 Y_p^{(0)} &= (Y_{p(obs)}, Y_{p(*)}^{(0)})
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

kde  $Y_{j(obs)}$  je množina pozorovaných hodnot  $Y_j$ ,  $Y_{j(*)}^{(0)}$  je množina doplňovaných hodnot proměnné  $Y_j$  a symbol  $Y_j^{(0)}$  označuje množinu pozorovaných a doplňovaných hodnot v proměnné  $Y_j$ . Označení  $\boldsymbol{\theta}_j^{(0)}$  ilustruje množinu parametrů podmíněného rozdělení proměnné  $Y_j$  při daných předcházejících proměnných  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{j-1}$ . Tímto způsobem je pro každou proměnnou  $Y_j$  s chybějícími hodnotami odhadován imputační model, na jehož základě se odhaduje model i pro následující proměnné.

Hodnoty vyplňované v inicializační fázi jsou ve fázi imputace nahrazovány hodnotami imputovanými v každé iteraci postupně pro každou proměnnou. To znamená, že u  $p$  sledovaných proměnných  $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$  se chybějící hodnoty nahrazují sekvencí hodnot v iteraci  $t + 1$ , tj.

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\theta}_1^{(t+1)} &\sim p(\boldsymbol{\theta}_1 | Y_{1(obs)}, Y_2^{(t)}, \dots, Y_p^{(t)}) \\
 Y_{1(*)}^{(t+1)} &\sim p(Y_1 | \boldsymbol{\theta}_1^{(t+1)}) \\
 Y_1^{(t+1)} &= (Y_{1(obs)}, Y_{1(*)}^{(t+1)}) \\
 &\dots \\
 &\dots \\
 \boldsymbol{\theta}_p^{(t+1)} &\sim p(\boldsymbol{\theta}_p | Y_1^{(t+1)}, \dots, Y_{p-1}^{(t+1)}, Y_{p(obs)}) \\
 Y_{p(*)}^{(t+1)} &\sim p(Y_p | \boldsymbol{\theta}_p^{(t+1)}) \\
 Y_p^{(t+1)} &= (Y_{p(obs)}, Y_{p(*)}^{(t+1)})
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

kde  $Y_{j(obs)}$  je množina pozorovaných hodnot  $Y_j$ ,  $Y_{j(*)}^{(t+1)}$  je množina imputovaných hodnot proměnné  $Y_j$  v iteraci  $t + 1$ . Symbol  $Y_{j(*)}^{(t)}$  označuje množinu doplněných hodnot proměnné  $Y_j$  v iteraci  $t + 0$ , příp. množinu imputovaných hodnot  $Y_j$  v iteraci  $t$  ( $t > 0$ ),  $Y_j^{(t+1)}$  označuje množinu jak pozorovaných, tak i imputovaných hodnot proměnné  $Y_j$  za

iterace  $t + 1$ . Symbol  $\theta_j^{(t+1)}$  označuje množinu simulovaných parametrů podmíněného rozdělení proměnné  $Y_j$  při daných proměnných  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{j-1}, Y_{j+1}, \dots, Y_p$ .

Při každé iteraci je pro každou proměnnou s chybějícími hodnotami odhadován specifikovaný imputační model na základě pozorovaných hodnot pro tuto proměnnou, které mohou zahrnovat pozorování s imputovanými hodnotami pro jiné proměnné. Na základě odhadnutého imputačního modelu je odhadován nový model a poté použit k imputaci chybějících hodnot pro následující imputovanou proměnnou. Kroky se opakují dostatečně dlouho na to, aby výsledky spolehlivě simulovaly přibližně nezávislý výběrový soubor chybějících hodnot pro imputovanou datovou sadu. FCS metody imputace používané ve fázi vyplňování a fázi imputace jsou podobné odpovídajícím monotónním metodám pro monotónní chybějící data. K imputaci chybějících hodnot FCS metodami systém SAS využívá pro spojitou proměnnou metodu regrese nebo metodu prediktivní střední shody, metodu logistické regrese pro klasifikační proměnnou s binární nebo ordinální odezvou a metodu diskriminační funkce pro klasifikační proměnnou s binární nebo nominální hodnotou.

## METODA MCMC PRO MNOHOROZMĚRNÉ NORMÁLNÍ DATA S OBECNÝM VZOREM CHYBĚNÍ

Metoda Markovova řetězce Monte Carlo (MCMC) vznikla ve fyzice jako nástroj pro zkoumání rovnovážných rozdělení interagujících molekul. Ve statistických aplikacích se používá ke generování pseudonáhodných výběrů z mnohorozměrných anebo jinak obtížně řešitelných rozdělení pravděpodobnosti prostřednictvím Markovových řetězců. Markovův řetězec je posloupnost náhodných veličin, v níž rozdělení každého prvku závisí pouze na hodnotě předchozího prvku.

Při simulaci MCMC se konstruuje dostatečně dlouhý Markovův řetězec na to, aby se rozdělení simulovaných prvků ustálilo na stacionárním rozdělení. Opakovaným simulováním kroků Markovova řetězce se generují náhodné výběry ze zájmového rozdělení. Podrobnější informace o metodě MCMC jsou uvedeny například v práci (Schafer, 1997).

Metoda MCMC se používá jako metoda pro zkoumání aposterioriálních rozdělení v bayesovské inferenci. To znamená, že prostřednictvím MCMC lze simulovat celé společné aposterioriální rozdělení neznámých veličin a získat na základě simulace odhady aposterioriálních parametrů, které jsou předmětem zájmu. V bayesovské inferenci jsou informace o neznámých parametrech vyjádřeny ve formě aposterioriálního rozdělení pravděpodobnosti. Toto aposterioriální rozdělení se vypočítá pomocí Bayesovy věty,

$$p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta})}{\int_{\boldsymbol{\theta}} p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta}} \quad (3.4)$$

V mnoha problémech s neúplnými daty není aposterioriální rozdělení  $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{Y}_{obs}, \mathbf{X})$  z pozorovaných dat jednoduše řešitelné a nelze jej snadno simulovat. Pokud je však vektor pozorovaných hodnot  $\mathbf{Y}_{obs}$  rozšířen o odhadnutou nebo simulovanou hodnotu chybějících dat  $\mathbf{Y}_{mis}$ , je mnohem snazší toto aposterioriální rozdělení s úplnými daty simulovat, tj. aposterioriální rozdělení  $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{Y}_{mis}, \mathbf{Y}_{obs}, \mathbf{X})$ . Za předpokladu (Takahashi,

2017), že data pocházejí z vícerozměrného normálního rozdělení, lze toto rozšíření<sup>5</sup> dat aplikovat na bayesovskou inferenci s chybějícími daty opakovaním následujících kroků:

**Imputační krok (I-krok)** simuluje chybějící hodnoty vzhledem k odhadnutému střednímu vektoru a kovarianční matici pro každé pozorování nezávisle. Pokud se proměnné s chybějícími hodnotami pro  $i$ -té pozorování,  $i = 1, 2, \dots, n$ , označí jako  $Y_{i(mis)}$  a proměnné s pozorovanými hodnotami jako  $Y_{i(obs)}$ , pak  $I$ -krok náhodně vybírá hodnoty pro  $Y_{i(mis)}$  z podmíněného rozdělení pro  $Y_{i(mis)}$  vzhledem k  $Y_{i(obs)}$ .

**Aposteriorní krok (P-krok)** simuluje za daného rozšíření neúplných dat na data úplná aposteriorní vektor středních hodnot a kovarianční matici. Tyto nové odhady se pak použijí v dalším  $I$ -kroku. Pokud neexistují předběžné informace o odhadovaných parametrech, jako apriorní rozdělení se používá neinformativní apriorní rozdělení. Lze však využít i jiné informativní apriorní rozdělení. Například blíží-li se kovarianční matice matici singulární, může apriorní informace o kovarianční matici pomoci stabilizaci odvozování vektoru středních hodnot.

To znamená, že s aktuálním odhadem parametru  $\theta^{(r)}$  v  $r$ -té iteraci imputační  $I$ -krok generuje  $Y_{miss}^{(r+1)}$  z podmíněného rozdělení pravděpodobnosti  $p(Y_{miss}|Y_{obs}, X, \theta^{(r)})$  a aposteriorní  $P$ -krok náhodně vybírá  $\theta^{(r+1)}$  z podmíněného rozdělení pravděpodobnosti  $p(\theta|Y_{obs}, Y_{miss}^{(r+1)}, X)$ . Oba kroky se iterují dostatečně dlouho, aby výsledky spolehlivě simulovaly přibližně nezávislé náhodné výběry chybějících hodnot pro soubor mnohonásobně imputovaných dat (SAS Institute Inc., 2023, s. 6455). Tím se vytvoří Markovův řetězec  $(Y_{miss}^{(1)}, \theta^{(1)}), (Y_{miss}^{(2)}, \theta^{(2)}), \dots$ , jehož rozdělení konverguje k  $p(Y_{miss}, \theta|Y_{obs}, X)$ . Za předpokladu, že iterace konvergují ke stacionárnímu rozdělení, je cílem simulovat tzv. přibližně nezávislé náhodné výběry chybějících hodnot z tohoto rozdělení.

Metoda MCMC je užitečná zejména v případech, kdy se soubor neúplných dat blíží monotónnímu chybějícímu vzoru. V tomto případě metoda potřebuje do datového souboru imputovat pouze několik chybějících hodnot, aby měl datový soubor monotónní vzor chybění v imputovaném souboru dat. V porovnání s úplnou imputací dat, která imputuje všechny chybějící hodnoty, metoda MCMC pro dosažení monotónního vzoru neúplných dat imputuje v každé iteraci méně chybějících hodnot a dosahuje přibližné stacionarity v datovém souboru velmi rychle (Schafer, 1997, s. 227).

## PRAKTICKÁ UKÁZKA STATISTICKÉ ANALÝZY NEÚPLNÝCH DAT VYUŽITÍM MI

V rámci praktické ukázky statistické analýzy neúplných dat budou na praktickém příkladu realizovány:

- ukázka používaných technik zpracování chybějících údajů se zaměřením na metodu MI,
- problémy, které mohou nastat při použití těchto technik,

<sup>5</sup> V anglicky psané literatuře se toto rozšíření dat o simulované hodnoty nazývá termínem *data augmentation*. *Data augmentation* vylepšuje odhady parametrů opakovaným nahrazováním (simulací) chybějících údajů - poznámka autora.

- implementace procedury SAS pro MI za předpokladu:
  - mnohorozměrného normálního rozdělení a
  - plně podmíněně specifikovaného rozdělení (FCS) pro vybrané proměnné
- diagnostika imputace.

**Cílem statistické analýzy s chybějícími údaji bude:**

- minimalizace zkreslení odhadů parametrů,
- maximalizace využití dostupných informací,
- získání nejlepších odhadů nejistoty.

Pro účely praktické ukázky statistické analýzy neúplných dat byla vybrána data longitudinálního šetření High School and Beyond realizovaného v rámci Národního programu longitudinálních studií USA<sup>6</sup>. Tento národní výzkumný program byl založen za účelem studia vzdělávacího, profesního a osobního vývoje mladých lidí. Začíná na základní nebo střední škole a sleduje je v průběhu času, kdy přebírají role a povinnosti dospělých. Šetření zahrnovalo dvě středoškolské kohorty – kohortu maturantů (maturitní ročník 1980) a kohortu žáků druhého ročníku (ročník 1980). Údaje pro studii poskytli studenti, školní administrátoři, učitelé, rodiče a administrativní registry.

**Použitý datový soubor** obsahuje 200 pozorování z celého zkoumaného vzorku středoškolských studentů s demografickými informacemi o studentech, jako je jejich pohlaví (FEMALE), socioekonomický status (SES), typ navštěvované školy (proměnná SCHTYP) a etnický původ (RACE). Obsahuje také řadu výsledků standardizovaných testů, včetně testů čtení (READ), psaní (WRITE), matematiky (MATH), vědy (SCIENCE) a společenských věd (SOCST). Datový soubor obsahuje jak kategorické proměnné, a to proměnné FEMALE, SES, SCTYP a RACE, tak i spojité proměnné. Vybrané popisné charakteristiky úplného datového souboru ilustruje obrázek č. 3.

**Obrázek č. 3: Vybrané popisné statistiky ukázkového souboru úplných dat**

Variable	Label	N	Mean	Std Dev	Minimum	Maximum	N Miss
id	idNumber	200	100.5000000	57.8791845	1.0000000	200.0000000	0
female	gender	200	0.5450000	0.4992205	0	1.0000000	0
race	race	200	3.4300000	1.0394722	1.0000000	4.0000000	0
ses	socioeconomic status	200	2.0550000	0.7242914	1.0000000	3.0000000	0
schtyp	type of school	200	1.1600000	0.3675260	1.0000000	2.0000000	0
prog	type of program	200	2.0250000	0.6904772	1.0000000	3.0000000	0
read	reading score	200	52.2300000	10.2529368	28.0000000	76.0000000	0
write	writing score	200	52.7750000	9.4785860	31.0000000	67.0000000	0
math	math score	200	52.6450000	9.3684478	33.0000000	75.0000000	0
science	science score	200	51.8500000	9.9008908	26.0000000	74.0000000	0
socst	social studies score	200	52.4050000	10.7357935	26.0000000	71.0000000	0

#### **Zdroj: vlastní zpracování**

Soubor dat, který obsahuje chybějící údaje ve sledovaných proměnných, vychází ze souboru úplných dat. Ačkoli soubor neúplných dat obsahuje také 200 pozorování, šest z proměnných má méně než 200 pozorování. Chybějící informace se pohybují v rozmezí 4,5%. (READ) až 9% (FEMALE a PROG) případů v závislosti na proměnné. Situaci v datech ilustruje následující obrázek č. 4.

<sup>6</sup> High School and Beyond Longitudinal Study dostupné na <http://nces.ed.gov/surveys/hsb/>.



**Obrázek č. 4: Vybrané popisné statistiky ukázkového souboru neúplných dat**

Variable	Label	N	Mean	Std Dev	Minimum	Maximum	N Miss
ID	idNumber	200	100.5000000	57.8791845	1.0000000	200.0000000	0
FEMALE	gender	182	0.5549451	0.4983428	0	1.0000000	18
RACE	race	200	3.4300000	1.0394722	1.0000000	4.0000000	0
SES	socioeconomic status	200	2.0550000	0.7242914	1.0000000	3.0000000	0
SCHTYP	type of school	200	1.1600000	0.3675260	1.0000000	2.0000000	0
PROG	type of program	182	2.0274725	0.6927511	1.0000000	3.0000000	18
READ	reading score	191	52.2879581	10.2107174	28.0000000	76.0000000	9
WRITE	writing score	183	52.9508197	9.2577729	31.0000000	67.0000000	17
MATH	math score	185	52.8972973	9.3608367	33.0000000	75.0000000	15
SCIENCE	science score	184	51.3097826	9.8178332	26.0000000	74.0000000	16
SOCST	social studies score	200	52.4050000	10.7357935	26.0000000	71.0000000	0

**Zdroj: vlastní zpracování**

Neúplnost dat na první pohled nevypadá jako příliš rozsáhlá, takže bychom se mohli přiklonit k pokusu analyzovat pozorované neúplné údaje v nedoplněném stavu. Taková strategie analýzy dat je obvykle označována jako analýza kompletních případů a je implicitním postupem pro většinu statistických softvrů. Například při analýze regresního modelu, kde závislá vysvětlovaná proměnná READ je regresována na vysvětlujících proměnných WRITE, MATH, FEMALE a PROG. Výchozí analytickou strategií v systému SAS (a podobně i v jiných systémech) je analýza kompletních případů realizovaná procedurou GLM. Při pohledu na výstupy procedury GLM je patrné, že v analýze bylo použito pouze 130 případů; tedy více než třetina případů ze souboru neúplných dat (tj. 70 vyloučených z 200 celkem) byla z analýzy vyloučena z důvodu chybějících údajů. Výstupy procedury GLM jsou znázorněny na obrázku č. 5.

**Obrázek č. 5: Odhad parametrů modelu z neúplných dat procedurou GLM**

Number of Observations Read	200
Number of Observations Used	130

Dependent Variable: READ reading score

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	5	5895.48143	1179.09629	23.69	<.0001
Error	124	6172.12627	49.77521		
Corrected Total	129	12067.60769			

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr >  t
Intercept	13.02649943	4.12354544	3.16	0.0020
WRITE	0.44108340	0.09264775	4.76	<.0001
FEMALE female	-2.70633778	1.36519467	-1.98	0.0496
FEMALE male	0.00000000	.	.	.
MATH	0.32105246	0.09514356	3.37	0.0010
PROG academic	1.81115548	1.65485900	1.09	0.2759
PROG general	0.51774275	1.88083319	0.28	0.7836
PROG vocation	0.00000000	.	.	.

**Zdroj: vlastní zpracování**

## NAHRAZENÍ DAT MNOHONÁSOBNOU IMPUTACÍ

Mnohonásobná imputace je v podstatě iterační forma stochastické imputace. Namísto doplnění jediné hodnoty se však používá rozdělení pozorovaných dat k odhadu více hodnot. Tyto hodnoty se pak použijí v datové analýze, například

v regresním modelu, a výsledky se zkombinují. Každá imputovaná hodnota obsahuje náhodnou složku, jejíž velikost odráží míru, do jaké ostatní proměnné v imputačním modelu nemohou předpovědět její skutečné hodnoty (White et al, 2011).

**Příprava na použití MI.** Nejprve je potřebné zjistit počet a podíl chybějících hodnot v analyzovaných údajích. V programovém systému SAS je možné zjistit počet chybějících hodnot pro všechny proměnné pomocí procedury MEANS s parametrem NMIS. Výstup procedury MEANS je zobrazen na obrázku č. 6.

**Obrázek č. 6: Počet chybějících hodnot vybraných proměnných souboru dat**

Variable	Label	N Miss
FEMALE	gender	18
WRITE	writing score	17
READ	reading score	9
MATH	math score	15
PROG	type of program	18

**Zdroj: vlastní zpracování**

Podíl chybějících informací na zájmových proměnných lze posoudit připojením příznaků chybějících údajů, resp. indikátorových proměnných pro chybějící údaje. Četnost a podíl chybových proměnných vybraných pro datovou analýzu lze určit pomocí procedury FREQ. Výstupní četnosti a podíly chybějících hodnot jsou uvedeny na obrázku č. 7. Proměnné s nejvyšším podílem chybějících informací jsou PROG a FEMALE s 9%. Obecně platí, že proměnné s vysokým podílem chybějících informací mají největší vliv na konvergenci zadaného imputačního modelu.

**Obrázek č. 7: Podíly chybějících hodnot vybraných proměnných souboru dat**

female_flag	Frequency	Percent	Cumulative Frequency	Cumulative Percent
0	182	91.00	182	91.00
1	18	9.00	200	100.00

write_flag	Frequency	Percent	Cumulative Frequency	Cumulative Percent
0	183	91.50	183	91.50
1	17	8.50	200	100.00

read_flag	Frequency	Percent	Cumulative Frequency	Cumulative Percent
0	191	95.50	191	95.50
1	9	4.50	200	100.00

math_flag	Frequency	Percent	Cumulative Frequency	Cumulative Percent
0	185	92.50	185	92.50
1	15	7.50	200	100.00

prog_flag	Frequency	Percent	Cumulative Frequency	Cumulative Percent
0	182	91.00	182	91.00
1	18	9.00	200	100.00

**Zdroj: vlastní zpracování**

Následuje zjištění vzoru chybějících dat neúplných proměnných využitím funkcionality systému SAS procedurou MI. Vzor chybění je ilustrován na obrázku č. 8. Každá skupina (sloupec označený "Group") představuje soubor pozorování v souboru dat, která mají stejný vzor chybějících informací. Například skupina 1 představuje 130 pozorování v datech, která mají úplné informace o všech 5 proměnných, které jsou předmětem analytického zájmu. Procedura rovněž poskytuje průměry pro každou proměnnou pro tuto skupinu. Soubor neúplných dat pro uvedené proměnné obsahuje celkem 12 vzorů.

**Obrázek č. 8: Vzor chybění vybraných proměnných neúplného souboru dat**

Missing Data Patterns														
Group	SOCST	WRITE	READ	FEMALE	MATH	PROG	Freq	Percent	Group Means					
									SOCST	WRITE	READ	FEMALE	MATH	PROG
1	X	X	X	X	X	X	130	65.00	53.138462	53.200000	52.838462	0.600000	52.600000	2.046154
2	X	X	X	X	X	.	15	7.50	54.666667	56.200000	52.733333	0.466667	55.400000	.
3	X	X	X	X	.	X	11	5.50	46.909091	53.090909	51.363636	0.272727	.	2.000000
4	X	X	X	X	.	.	1	0.50	51.000000	59.000000	52.000000	1.000000	.	.
5	X	X	X	.	X	X	15	7.50	50.333333	49.933333	48.600000	.	49.866667	1.866667
6	X	X	X	.	X	.	1	0.50	31.000000	44.000000	44.000000	.	40.000000	.
7	X	X	X	.	.	X	1	0.50	31.000000	33.000000	44.000000	.	.	1.000000
8	X	X	.	X	X	X	9	4.50	56.000000	51.333333	.	0.444444	53.444444	2.222222
9	X	.	X	X	X	X	13	6.50	52.000000	.	54.230769	0.461538	57.076923	1.923077
10	X	.	X	X	X	.	1	0.50	56.000000	.	55.000000	1.000000	66.000000	.
11	X	.	X	X	.	X	2	1.00	41.000000	.	47.000000	0.500000	.	2.000000
12	X	.	X	.	X	X	1	0.50	51.000000	.	39.000000	.	40.000000	3.000000

**Zdroj: vlastní zpracování**

Je také vhodné stanovit potenciální pomocné proměnné. Pomocné proměnné jsou proměnné v neúplném souboru dat, a to buď korelované s proměnnou s chybějícími hodnotami (doporučení je  $r > 0,4$ ), nebo se předpokládá, že pomocná proměnná souvisí s chybějícími hodnotami. Jedná se o faktory, které nemají zvláštní význam pro analytický model. Přidávají se však do imputačního modelu, aby zvýšily sílu a/nebo pomohly učinit předpoklad MAR věrohodnějším. Tyto pomocné proměnné zlepšují kvalitu imputovaných hodnot generovaných vícenásobnou imputací (Enders, 2010).

**Obrázek č. 9: Matice korelačních koeficientů k zjištění pomocných proměnných**

Pearson Correlation Coefficients								
Prob >  r  under H0: Rho=0								
Number of Observations								
	SOCST	WRITE	READ	FEMALE	MATH	SCIENCE	progcatt1	progcatt2
<b>SOCST</b>	1.00000	0.59750	0.61604	0.08894	0.54509	0.45125	-0.07680	0.40956
<b>social studies score</b>		<.0001	<.0001	0.2325	<.0001	<.0001	0.3028	<.0001
	200	183	191	182	185	184	182	182
<b>WRITE</b>	0.59750	1.00000	0.58719	0.25077	0.61825	0.54977	-0.06036	0.34387
<b>writing score</b>	<.0001		<.0001	0.0011	<.0001	<.0001	0.4398	<.0001
	183	183	174	166	170	168	166	166
<b>READ</b>	0.61604	0.58719	1.00000	-0.01740	0.65890	0.63288	-0.10575	0.39023
<b>reading score</b>	<.0001	<.0001		0.8202	<.0001	<.0001	0.1661	<.0001
	191	174	191	173	176	176	173	173
<b>FEMALE</b>	0.08894	0.25077	-0.01740	1.00000	-0.02408	-0.09176	-0.03169	0.05004
<b>female</b>	0.2325	0.0011	0.8202		0.7567	0.2397	0.6861	0.5233
	182	166	173	182	168	166	165	165
<b>MATH</b>	0.54509	0.61825	0.65890	-0.02408	1.00000	0.62964	-0.16511	0.44566
<b>math score</b>	<.0001	<.0001	<.0001	0.7567		<.0001	0.0325	<.0001
	185	170	176	168	185	169	168	168
<b>SCIENCE</b>	0.45125	0.54977	0.63288	-0.09176	0.62964	1.00000	0.05672	0.20379
<b>science score</b>	<.0001	<.0001	<.0001	0.2397	<.0001		0.4666	0.0083
	184	168	176	166	169	184	167	167
<b>progcatt1</b>	-0.07680	-0.06036	-0.10575	-0.03169	-0.16511	0.05672	1.00000	-0.56349
<b>academic</b>	0.3028	0.4398	0.1661	0.6861	0.0325	0.4666		<.0001
	182	166	173	165	168	167	182	182
<b>progcatt2</b>	0.40956	0.34387	0.39023	0.05004	0.44566	0.20379	-0.56349	1.00000
<b>general</b>	<.0001	<.0001	<.0001	0.5233	<.0001	0.0083	<.0001	
	182	166	173	165	168	167	182	182

**Zdroj: vlastní zpracování**

Jedním ze způsobů identifikace těchto pomocných proměnných je zkoumání asociací proměnných důležitých pro datovou analýzu (WRITE, READ, FEMALE a MATH) s dalšími proměnnými v souboru dat. Za tímto účelem lze využít proceduru CORR, jejíž výstupem je matice korelačních koeficientů (viz obrázek č. 9). Podle hodnot korelačních koeficientů  $r > 0,4$ , nejvhodnějšími pomocnými proměnnými mohou být proměnné s hodnotami výsledků testů SCIENCE a SOCST.

Dále je užitečné v analýze neúplných dat sledovat, zda potenciální pomocné proměnné mohou být považovány za prediktory chybění. K tomu se využije procedura TTEST, kterou se testuje, zda se průměrné výsledky SCIENCE nebo SOCST významně liší v pozorováních s úplnou nebo chybějící informací. Jediný významný rozdíl průměrů byl zjištěn v t-testech skóre SOCST a výsledků matematických testů. Průměrné skóre SOCST je významně nižší u respondentů, kteří nemají vyplněné výsledky testu v matematice (MATH).

Výsledek t-testu naznačuje, že potenciálním prediktorem chybění je proměnná SOCST a jeho zahrnutím do imputačního modelu může pomoci splnění předpokladu MAR (Enders, 2010). Obrázek č. 10 zobrazuje výsledek t-testu pro potenciální prediktor.

**Obrázek č. 10: Výsledky t-testu s potenciálním prediktorem chybění**

Variable: SOCST (social studies score)

math_flag	Method	N	Mean	Std Dev	Std Err	Minimum	Maximum
0		185	52.9784	10.4600	0.7690	26.0000	71.0000
1		15	45.3333	11.9323	3.0809	26.0000	66.0000
Diff (1-2)	Pooled		7.6450	10.5709	2.8379		
Diff (1-2)	Satterthwaite		7.6450		3.1755		

math_flag	Method	Mean	95% CL Mean	Std Dev	95% CL Std Dev
0		52.9784	51.4611 54.4956	10.4600	9.4918 11.6501
1		45.3333	38.7254 51.9412	11.9323	8.7360 18.8185
Diff (1-2)	Pooled	7.6450	2.0487 13.2414	10.5709	9.6243 11.7255
Diff (1-2)	Satterthwaite	7.6450	0.9063 14.3838		

Method	Variances	DF	t Value	Pr >  t
Pooled	Equal	198	2.69	0.0077
Satterthwaite	Unequal	15.794	2.41	0.0287

Equality of Variances				
Method	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F
Folded F	14	184	1.30	0.4200

**Zdroj: vlastní zpracování**

**Doplnění chybějících hodnot pomocí MI metodou MCMC.** Při rozhodování o imputaci hodnot pro jednu anebo více proměnných musí být jedno z prvních rozhodování stanovení typu rozdělení, podle kterého budou vybrané proměnné doplněny imputovanými hodnotami. Pravděpodobně nejčastějším přístupem k MI je předpoklad, že všechny proměnné pro imputační model podléhají sdruženému mnohorozměrnému normálnímu rozdělení. Výchozím algoritmem pro generování imputovaných hodnot je algoritmus datové augmentace, který náleží do skupiny MCMC procedur a jehož základní vlastnosti byly uvedeny v předešlých částech tohoto příspěvku. Předpoklad mnohorozměrného normálního rozdělení je v praxi postačující, pokud je rozsah imputovaného vzorku dostatečný (Yucel, 2008).

**Imputační fáze** je fáze, ve které analytik vytvoří imputační model a počet imputovaných datových souborů, které se mají vytvořit. K realizaci imputační fáze se



v prostředí systému SAS použije procedura MI. V rámci procedury MI je možné pomocí volby NIMPUTE zadat počet imputací, které se mají provést. Imputované soubory dat budou vytvořeny pomocí volby OUT= a uloženy do jediného datového souboru s názvem MI\_MVN. Procedura automaticky vytvoří indikátorovou proměnnou nazvanou \_IMPUTATION\_, která očíslování každý nový imputovaný soubor dat. Po příkazu VAR se zadají všechny proměnné potřebné pro imputační model, včetně všech proměnných v předpokládaném analytickém modelu i všechny významné pomocné proměnné. Volba SEED není vyžadována, ale protože procedura MI generuje imputované hodnoty jako náhodný proces, nastavení parametru SEED umožní získat pokaždé stejný imputovaný soubor dat. Nastavení procedury MI ilustruje následující sekvence příkazů:

```
proc mi data= ats.hsb_flag nimpute=10 out=mi_mvn seed=54321;
    var science write read female math progcat1 progcat2;
run;
```

**Analytickou fází** procesu imputace se využitím procedury GLM odhadne lineární regresní model (analytický model) pro každý imputovaný soubor samostatně pomocí příkazu BY a proměnné \_IMPUTATION\_ vytvořené v předešlé fázi. Výstupem analytické procedury GLM je soubor odhadů parametrů pro každý z vygenerovaného imputačního souboru. Odhady parametrů lineárního regresního modelu se příkazem OUTPUT= procedury GLM uloží do datového souboru A\_MVN Soubor odhadů se následně využije v závěrečné části procesu imputace. Ukázka příkazů procedury GLM pro odhady parametrů analytického modelu z imputovaných souborů je uvedena níže:

```
proc glm data = mi_mvn;
    model read = write female math progcat1 progcat2;
    by _imputation_;
    ods output ParameterEstimates=a_mvn;
run;

quit;
```

**Obrázek č. 11: Odhady parametrů modelu z výstupu procedury MIANALYZE**

The MIANALYZE Procedure

Model Information										
PARMS Data Set		WORK.A_MVN								
Number of Imputations		10								
Variance Information (10 Imputations)										
Parameter	Variance			DF	Relative Increase in Variance	Fraction Missing Information	Relative Efficiency			
	Between	Within	Total							
intercept	1.736805	11.199790	13.110276	423.82	0.170582	0.149727	0.985248			
write	0.000761	0.005756	0.006594	557.93	0.145486	0.130121	0.987155			
female	0.479748	1.208264	1.735987	97.392	0.436761	0.317856	0.969194			
math	0.000891	0.005789	0.006769	429.13	0.169343	0.148777	0.985340			
progcat1	0.374931	1.916474	2.328899	286.98	0.215199	0.182765	0.982051			
progcat2	0.654644	2.202830	2.922939	148.28	0.326901	0.256328	0.975008			
Parameter Estimates (10 Imputations)										
Parameter	Estimate	Std Error	95% Confidence Limits		DF	Minimum	Maximum	Theta0	t for H0: Parameter=Theta0	Pr >  t
intercept	9.575232	3.620811	2.45825	16.69222	423.82	7.661147	11.226972	0	2.64	0.0085
write	0.387371	0.081203	0.22787	0.54687	557.93	0.337664	0.418381	0	4.77	<.0001
female	-2.320250	1.317569	-4.93513	0.29463	97.392	-3.372193	-1.208880	0	-1.76	0.0814
math	0.413743	0.082276	0.25203	0.57546	429.13	0.364244	0.457837	0	5.03	<.0001
progcat1	2.596406	1.526073	-0.40731	5.60012	286.98	2.014590	3.855307	0	1.70	0.0900
progcat2	0.809808	1.709660	-2.56864	4.18825	148.28	-0.190604	2.416967	0	0.47	0.6364

**Zdroj: vlastní zpracování**

**Slučovací fáze** imputačního procesu slouží ke statistické inferenci odhadů chybějících hodnot. K tomuto účelu se v prostředí systému SAS využívá procedura MIANALYZE, pro kterou je vstupem soubor odhadů A\_MVN včetně kovariančních matic k odhadům standardních chyb odhadů. Tato fáze spojuje odhady parametrů do jediné sady statistik, které vhodně odrážejí nejistotu spojenou s imputovanými hodnotami. Výsledné odhady parametrů jsou jednoduše jen aritmetickým průměrem jednotlivých koeficientů odhadnutých pro každý z imputačních regresních modelů, čímž se zvyšuje efektivita a snižuje se variabilita výběru. Odhady standardních chyb odhadů jsou o něco složitější a jsou dány postupem například v (Pavelka, 2024a nebo Rubin, 1987). Příkladem příkazů v rámci procedury MIANALYZE je následující sekvence:

```
proc mianalyze parms=a_mvn;
    modeleffects intercept write female math progcat1 progcat2;
run;
```

Výstupy analýz doplněných hodnot z procedury MIANALYZE ilustruje obrázek č. 11.

Porovnání analýzy regresního modelu úplných dat, z kompletních případů a z dat po imputaci metodou MI za předpokladu mnohorozměrného normálního rozdělení je zobrazeno na obrázku č. 12. Z obrázku č. 12 je patrné, že odhady parametrů regresního modelu z dat po imputaci se blíží odhadům z úplných dat. Nejvíce odlišné jsou odhady modelu z kompletních případů.

**Obrázek č. 12: Porovnání odhadů analytického modelu ze sledovaných dat**

Parameter	kompletní data			úplné případy			po 10 imputacích MNorm		
	Estimate	Std Error	Pr >  t	Estimate	Std Error	Pr >  t	Estimate	Std Error	Pr >  t
intercept	9,62	3,41	0,01	13,03	4,12	0,00	9,58	3,62	0,01
write	0,37	0,07	<.0001	0,44	0,09	<.0001	0,39	0,08	<.0001
female	- 2,70	1,10	0,01	- 2,71	1,37	0,05	- 2,32	1,32	0,08
math	0,44	0,07	<.0001	0,32	0,10	0,00	0,41	0,08	<.0001
progcat1	1,88	1,42	0,19	1,81	1,65	0,28	2,60	1,53	0,09
progcat2	0,23	1,51	0,88	0,52	1,88	0,78	0,81	1,71	0,64

**Zdroj: vlastní zpracování**

**Doplnění chybějících hodnot pomocí MI metodou FCS.** V analytickém systému SAS jsou k dispozici tyto metody FCS: diskriminační funkce a logistická regrese pro binární/kategoriální proměnné a lineární regrese a prediktivní porovnávání průměrů pro spojité proměnné. Ve výchozím nastavení použije SAS diskriminační funkce a regrese. Některé zajímavé vlastnosti každé z těchto možností jsou následující:

- Metoda diskriminační funkce umožňuje zadat apriorní pravděpodobnosti příslušnosti ke skupině. U diskriminační funkce mohou ve výchozím nastavení být kovariáty pouze spojité proměnné. Volbou CLASSEFFECTS= se toto dá změnit.
- Metoda logistické regrese předpokládá uspořádání klasifikačních proměnných, pokud jsou více než dvě úrovně.
- Výchozí metodou imputace pro spojité proměnné je regrese. Regresní metoda umožňuje použít rozsahy a zaokrouhlování imputovaných hodnot.
- Metoda prediktivní shody průměrů poskytne imputované hodnoty, které jsou v souladu s pozorovanými hodnotami. Pokud je nutné použít věrohodné hodnoty,

je tato metoda lepší volbou než použití mezí nebo zaokrouhlení hodnot získaných regresí.

**Imputační fáze** je opět realizována pomocí procedury MI. V rámci imputace metodou FCS byla použita pro kategorické proměnné FEMALE a PROG logistická regrese se spojovací funkcí odpovídající zobecněnému logitu. Proměnné FEMALE a PROG budou imputovány pomocí nestejně sady prediktorů. Pro imputace metodou prediktivní shody průměrů byly zvoleny spojitě proměnné MATH, READ a WRITE. Dílčí imputované soubory byly procedurou MI uloženy do výstupního souboru „MI\_FCS“. Toto zajišťuje následující sekvence příkazů:

```
proc mi data= ats.hsb_mar nimpute=20 out=mi_fcs;
  class female prog;
  var socst write read female math science prog;
  fcs logistic(female= math science / link=glogit);
  fcs logistic(prog = math socst /link=glogit) regpmm(math read
write);
run;
```

**Analytickou fází** procesu imputace se stejně jako u předešlé metody MI odhadnou parametry analytického modelu pro každý imputovaný soubor samostatně pomocí příkazu BY a proměnné `_IMPUTATION_`. Jelikož je potřebné modelovat klasifikační proměnné FEMALE a PROG imputované pomocí logistické regrese, použije se procedura GENMOD. Výstupem analytické procedury GENMOD je opět soubor odhadů parametrů pro každý z vygenerovaného imputačního souboru. Syntaxe příkazu je jako u předcházející metody:

```
proc genmod data=mi_fcs;
  class female prog;
  model read= write female math prog / dist=normal;
  by _imputation_;
  ods output ParameterEstimates=gm_fcs;
run;
```

**Slučovací fáze** imputačního procesu umožňující statistickou inferenci odhadů chybějících hodnot je podobně jako u předcházejícího způsobu MI zajištěna procedurou MIANALYZE. Vstupem do procedury je opět soubor odhadnutých parametrů imputačních modelů „GM\_FCS“. Jelikož jsou do imputačního i analytického modelu zahrnuty klasifikační proměnné FEMALE a PROB, musí procedura MIANALYZE obsahovat parametr `CLASSVAR=LEVEL`. Pokud již v rámci imputačního modelu dojde k reparametrizaci klasifikační proměnné (například kdy se proměnná PROG rozloží na kategoriální proměnné pro jednotlivé úrovně-jak tomu bylo u metody předcházející), parametr `CLASSVAR` není potřebný. Příklad příkazu pro proceduru MIANALYZE je:

```
proc mianalyze parms(classvar=level)=gm_fcs;
  class female prog;
  modeleffects INTERCEPT write female math prog;
run;
```

Výstupy analýz doplněných hodnot z procedury MIANALYZE ilustruje obrázek č. 13.

**Obrázek č. 13: Odhady parametrů modelu z výstupu procedury MIANALYZE**

The MIANALYZE Procedure

Model Information												
PARMS Data Set		WORK.GM_FCS										
Number of Imputations		20										
Variance Information (20 Imputations)												
Parameter	female	prog	Variance			DF	Relative Increase in Variance	Fraction Missing Information	Relative Efficiency			
			Between	Within	Total							
INTERCEPT			0.741973	11.331351	12.110423	4591.1	0.068754	0.064738	0.996774			
write			0.000864	0.005375	0.006283	911.14	0.168779	0.146278	0.992739			
female	female		0.276206	1.161464	1.451480	475.92	0.249699	0.203149	0.989945			
female	male		0	0	0							
math			0.000987	0.005395	0.006431	731.67	0.192103	0.163430	0.991895			
prog		academic	0.322298	1.886644	2.225057	821.38	0.179373	0.154149	0.992352			
prog		general	0.505042	2.206921	2.737215	506.22	0.240287	0.196901	0.990251			
prog		vocation	0	0	0							
Parameter Estimates (20 Imputations)												
Parameter	female	prog	Estimate	Std Error	95% Confidence Limits		DF	Minimum	Maximum	Theta0	t for H0: Parameter=Theta0	Pr >  t
INTERCEPT			9.930907	3.480003	3.10843	16.75339	4591.1	8.084232	12.009803	0	2.85	0.0043
write			0.374015	0.079263	0.21846	0.52958	911.14	0.317881	0.450816	0	4.72	<.0001
female	female		-2.485762	1.204774	-4.85310	-0.11843	475.92	-3.434171	-1.405988	0	-2.06	0.0396
female	male		0	0				0	0	0		
math			0.426402	0.080196	0.26896	0.58384	731.67	0.363046	0.479586	0	5.32	<.0001
prog		academic	2.648451	1.491662	-0.27947	5.57637	821.38	1.383416	4.132862	0	1.78	0.0762
prog		general	0.665257	1.654453	-2.58518	3.91570	506.22	-0.856897	1.814812	0	0.40	0.6878
prog		vocation	0	0				0	0	0		

**Zdroj: vlastní zpracování**

Podobně jako u předcházející metody MI tato imputační metoda dosahuje výsledků, které se velmi blíží hodnotám odhadovaným z kompletních údajů. Srovnání odhadů parametrů lineárního regresního modelu z dat imputovaných metodou FCS, z analýzy kompletních případů a úplných dat je ilustrováno na obrázku č. 14.

**Obrázek č. 14: Porovnání odhadů analytického modelu ze sledovaných dat**

Parameter	kompletní data			úplné případy			po 20 imputacích FCS		
	Estimate	Std Error	Pr >  t	Estimate	Std Error	Pr >  t	Estimate	Std Error	Pr >  t
intercept	9,62	3,41	0,01	13,03	4,12	0,00	9,93	3,48	0,00
write	0,37	0,07	<.0001	0,44	0,09	<.0001	0,37	0,08	<.0001
female	- 2,70	1,10	0,01	- 2,71	1,37	0,05	- 2,49	1,20	0,04
math	0,44	0,07	<.0001	0,32	0,10	0,00	0,43	0,08	<.0001
progcat1	1,88	1,42	0,19	1,81	1,65	0,28	2,65	1,49	0,08
progcat2	0,23	1,51	0,88	0,52	1,88	0,78	0,67	1,65	0,69

**Zdroj: vlastní zpracování**

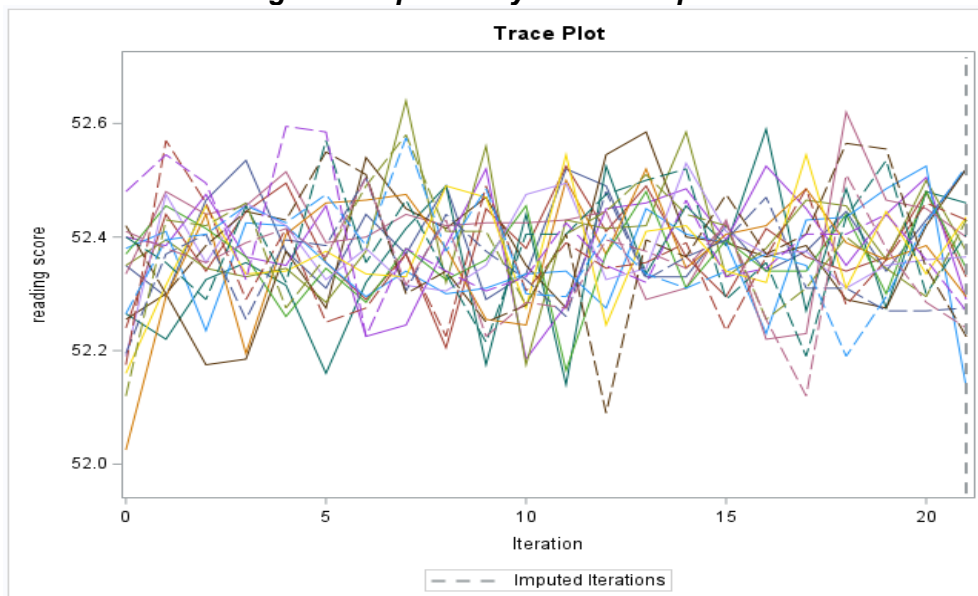
## DIAGNOSTIKA IMPUTACÍ

Mimo běžného porovnání dosažených odhadů po provedené imputaci by datový analytik měl posoudit také konvergenci použitého imputačního modelu. Toto posouzení by mělo být provedeno pro různé imputované proměnné, ale zejména pro proměnné s vysokým podílem chybějících hodnot. Konvergence postupu procedury MI znamená, že generující algoritmus dosáhl vhodného stacionárního aposteriorního rozdělení. Konvergenci pro každou imputovanou proměnnou lze posoudit pomocí TRACE grafů. Tyto grafy lze vyžádat na řádku příkazem v proceduře MI. Dlouhodobé trendy v TRACE grafech a vysoká sériová závislost z jedné generované hodnoty na druhou svědčí o pomalé konvergenci ke stacionaritě<sup>7</sup>. Ve výchozím nastavení SAS poskytují TRACE grafy odhadů pro střední hodnoty pro každou proměnnou, ale je možné získat grafy i pro směrodatné odchylky. Bod dosažení stacionarity je zachycen čárkovanou kolmicí k ose iterací. Ukázku TRACE grafu představuje obrázek č. 15.

<sup>7</sup> Stacionární proces má střední hodnotu a rozptyl, které se v čase nemění.



**Obrázek č. 15: Graf konvergence imputovaných hodnot proměnné READ**



**Zdroj: vlastní zpracování**

#### 4. ZÁVĚR

Chybějící data při analýzách dat představují problém, který je vhodné v zájmu získání nezkreslených odhadů a síly statistických testů optimálně řešit. Mnohonásobná imputace neúplných dat představuje moderní a spolehlivé postupy při imputaci chybějících hodnot, a to nejen jejich bodovými odhady, ale také i odpovídajícími nejistotami odhadů. Programové prostředí SAS se vyznačuje funkcionalitou mnohonásobné imputace již od verze 9. Z tohoto důvodu je systém SAS vybaven procedurami MI a MIANALYZE, které tuto funkcionalitu zabezpečují, a tak společně dotvářejí efektivní možnosti imputování neúplných dat.

#### LITERATURA

- Brand, J. P. L. (1999). *Development, Implementation, and Evaluation of Multiple Imputation Strategies for the Statistical Analysis of Incomplete Data Sets*. Ph.D. thesis, Erasmus University
- Bryk, A. S. & Raudenbush, S. W. (2002). *Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods*. 2nd Edition. Thousand Oaks, CA: SAGE Publications, Inc.
- Enders, C., K. (2010). *Applied Missing Data Analysis*. New York: The Guilford Press.
- Gelman, A. & Carlin, J. B. & Stern, H. S. & Dunson, B. D. & Vehtari, A. & Rubin, D. B. (2021). *Bayesian Data Analysis*, 3rd Edition. New York: Chapman & Hall/CRC.
- Kang, H. (2013). The prevention and handling of the missing data. *Korean Journal of Anesthesiology*, 64(5), 402 – 406.
- Ling, A. & Montez-Rath, M. & Mathur, M. & Kapphahn, K. & Desai, M. (2020). How to Apply Multiple Imputation in Propensity Score Matching with Partially Observed Confounders: A Simulation Study and Practical Recommendations. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 19(1), 2 – 64.
- Newsom, J. T. (2023). Missing Data and Missing Data Estimation in SEM. Course of Psy 523/623 Structural Equation Modeling, Spring 2023. Portland State University. [https://web.pdx.edu/~newsomj/semclass/ho\\_missing.pdf](https://web.pdx.edu/~newsomj/semclass/ho_missing.pdf)
- Pavelka, R. (2024). Imputace chybějících dat pomocí Bayesovského modelování. *Slovenská štatistika a demografia*, 34(4), 21 – 41.

<https://ssad.statistics.sk/SSaD/index.php/imputace-chybejicich-dat-pomoci-bayesovskeho-modelovani/>

- Pavelka, R. (2024b). Statistická analýza chybějících dat. *Slovenská štatistika a demografia*, 34(2), 3 – 25. <https://ssad.statistics.sk/SSaD/index.php/statisticka-analyza-chybejicich-dat/>
- Raghunathan, T. E. & Lepkowski, J. M. & Van Hoewyk, J. & Solenberger, P. (2001). A Multivariate Technique for Multiply Imputing Missing Values Using a Sequence of Regression Models. *Survey Methodology*, 27(1), 85 – 95.
- Rubin, D. B. (1976). Inference and Missing Data. *Biometrika*, 63(3), 581 – 592. <http://dx.doi.org/10.1093/biomet/63.3.581>
- Rubin, D. B. (1978). Multiple imputations in sample surveys-A phenomenological Bayesian approach to nonresponse. In: Proceedings of the Survey Research Methods Section. Alexandria, VA: American Statistical Association. 20 – 34
- Rubin, D. B. (1987). Multiple Imputation for Nonresponse in Surveys. New York: John Wiley & Sons.
- Rubin, D. B. (1996). Multiple imputation after 18+ years. *Journal of the American Statistical Association*. Vol. 90, s. 822 – 828.
- Russell, D. W., & Sinharay, S. (2001). The Use of Multiple Imputation for the Analysis of Missing Data. *Psychological Methods*, 6(4), 317 – 329.
- SAS Institute Inc. (2023). SAS/STAT® 15.3 User's Guide. Cary, NC: SAS Institute Inc.

## RESUMÉ

Zejména pro analýzy metodami mnohorozměrných statistik představují chybějící údaje problém. Ačkoliv neúplná data ve výběrovém souboru mohou být zastoupena v relativně malém procentu, může tato situace v zjištěných datech vyústit v relativně velmi malý soubor s kompletními údaji; zejména v případě, kdy u různých jednotek chybí hodnoty různých veličin. V běžné praxi výběrových zjišťování jednotky, u kterých byly zaznamenány nevyplněné hodnoty zjišťovaných ukazatelů, jsou převážně z dalších analýz vyloučeny. Vynechání jednotek z analýz může mít značné negativní dopady – snížení přesnosti odhadů a síly vykonávaných statistických testů a může vést až ke zkresleným výsledkům nevhodných k zobecňování na cílovou populaci.

Důvody, proč je mnohonásobná imputace efektivnější než kterákoli z metod jednoduché imputace, jsou následující:

- nikdy se nepoužívá jediná imputovaná hodnota,
- odhady rozptylu odrážejí odpovídající míru nejistoty, která obklopuje odhady parametrů,
- před provedením vícenásobné imputace je třeba učinit několik rozhodnutí, včetně rozhodnutí o rozdělení, pomocných proměnných a počtu imputací, které mohou ovlivnit kvalitu imputace,
- i když mnohonásobná imputace není zázračná, a i když může napomoci zvýšit sílu výsledků statistických testů a zvýšit přesnost odhadů, nemělo by se od ní očekávat, že poskytne „významné“ výsledky, když jiné techniky, jako je například metoda dostupných případů, nedokážou najít významné asociace a
- mnohonásobná imputace je jedním z nástrojů, kterým mohou datoví analytici řešit velmi častý problém chybějících údajů.

## RESUME

Missing data is a problem especially for analyses using multivariate statistical methods. Although incomplete data in the random sample may be represented by a relatively

small percentage, this situation may result in a relatively very small set of complete data in the observed data; especially when the values of different quantities are missing for different units. In the normal practice of sample surveys of these units, for which unfilled values of the surveyed indicators were recorded, they are mostly excluded from further analyses. Omitting units from analyses can have significant negative impacts - reducing the accuracy of estimates and the power of the statistical tests performed - and can lead to distorted results unsuitable for generalization to the target population.

The reasons why multiple imputation is more efficient than any of the single imputation methods are as follows:

- A single imputed value is never used,
- variance estimates reflect an appropriate level of uncertainty surrounding the parameter estimates,
- Several decisions need to be made before performing multiple imputation, including decisions on the distribution, covariables, and number of imputations what can affect the quality of the imputation,
- While multiple imputation is not miraculous, and while it can help increase the power of statistical test results and improve the precision of estimates, it should not be expected to provide "significant" results when other techniques, such as the available item method, fail to find significant associations and
- Multiple imputation is one of the tools that data analysts can use to address the very common problem of missing data.

### **PROFESIJNÝ ŽIVOTOPIS**

*Ing. Roman Pavelka, PhD., v rokoch 1995 – 2010 pracoval v poradenskej spoločnosti Trexima, s. r. o. Na pozícii štatistik analytik sa zaoberal najmä analýzami mzdových a personálnych údajov. Podieľal sa na tvorbe pravidelných štatistických prehľadov a správ. Spolupracoval s akademickými pracoviskami, agentúrami i súkromnými subjektami na realizácii a vyhodnocovaní ad hoc štatistických výskumov. Oblasť jeho vedeckého záujmu predstavujú výberové zisťovania, odhady a štatistické modely. V rokoch 2012 až 2013 sa zúčastnil na zahraničnej stáži v Spojenom kráľovstve. Od roku 2013 pôsobil v Národnom ústave certifikovaných meraní vzdelávania (NÚCEM), kde zaisťoval štatistické vyhodnocovanie výsledkov testovania žiakov a študentov. Od roku 2015 pracuje v odbore metód štatistických zisťovaní Štatistického úradu SR.*

### **KONTAKT**

[roman.pavelka@statistics.sk](mailto:roman.pavelka@statistics.sk)

Informatívny článok/Informative article

## AGENDA 2030 NA SLOVENSKU

### 2030 AGENDA IN SLOVAKIA

#### ABSTRAKT

Príspevok vysvetľuje podstatu Agendy 2030, stručne sa venuje jej histórii od jej schválenia v roku 2015 Valným zhromaždením OSN až po súčasnosť. Zameriava sa na kľúčové uznesenia, ktoré formovali jej implementáciu na Slovensku, monitorovacie správy, ktoré poukázali na dôležitosť implementácie Agendy 2030 pre udržateľný rozvoj na Slovensku a upriamuje pozornosť na účasť Slovenska na pôde OSN v rámci prezentácie Dobrovoľnej národnej správy. Príspevok opisuje rozsah pokrytia údajmi na globálnej aj národnej úrovni a súčasne dáva do pozornosti vlastnú webovú stránku Štatistického úradu Slovenskej republiky o Agende 2030.

#### ABSTRACT

The document provides an explanation of the basis of the 2030 Agenda and briefly discusses its history from its adoption by the UN General Assembly in 2015 to the present day. It focuses on the key resolutions that have formed its implementation in Slovakia, monitoring reports that have highlighted the importance of the implementation of the 2030 Agenda for sustainable development in Slovakia, and highlights Slovakia's participation at the UN in the presentation of the Voluntary National Report. The document describes the extent of data coverage at both the global and national levels and draws attention to the Slovak Statistical Office's own website on the 2030 Agenda.

#### KĽÚČOVÉ SLOVÁ

Agenda 2030, udržateľný rozvoj, uznesenie, dobrovoľná národná správa, monitorovacia správa

#### KEY WORDS

2030 Agenda, sustainable development, resolution, voluntary national report, monitoring report

#### 1. ÚVOD

Agenda 2030 pre udržateľný rozvoj (Agenda 2030) je súhrn globálnych záväzkov, ktorými medzinárodné spoločenstvo reaguje na najzávažnejšie výzvy súčasnosti. Ide o doposiaľ najkomplexnejší súbor globálnych priorít na dosiahnutie udržateľného rozvoja. Agenda 2030 nadväzuje na agendu Miléniových rozvojových cieľov (MDGs). Cieľom MDGs agendy bolo podnietiť bezprecedentné úsilie o uspokojenie potrieb najchudobnejších ľudí na svete do roku 2015. Pokračovaním je Agenda 2030, ktorá bola schválená na 70. Valnom zhromaždení Organizácie Spojených národov (OSN), ktoré sa konalo od 25. 9. do 27. 9. 2015. Na zhromaždení bol schválený dokument *Premena nášho sveta: Agenda 2030 pre udržateľný rozvoj* ([A/RES/70/1](#)). Táto agenda je akčný plán pre ľudí, planétu a prosperitu a týka sa už všetkých, nielen najchudobnejších krajín. Cieľom uznesenia je do roku 2030 dosiahnuť 17 cieľov vytýčených v dokumente a tak ukončiť všetky formy chudoby, bojovať proti nerovnostiam, riešiť zmenu klímy a zároveň zabezpečiť, aby nikto nezostal pozadu.

Dokument prijali všetky krajiny, ktoré sa zaviazali odstrániť chudobu vo všetkých jej formách a rozmeroch vrátane extrémnej chudoby, čo je súčasne najväčšou globálnou výzvou a nevyhnutnou požiadavkou udržateľného rozvoja.

[Samotný udržateľný rozvoj](#) je definovaný ako rozvoj, ktorý umožňuje uspokojenie súčasných generácií bez toho, aby boli ohrozené nároky budúcich generácií na uspokojenie ich potrieb.

Agenda 2030 je komplexný súbor globálnych priorít na dosiahnutie udržateľného rozvoja prepojením ekonomickej, sociálnej a environmentálnej dimenzie. 17 cieľov udržateľného rozvoja je rozpracovaných do 169 súvisiacich čiastkových cieľov (podcieľov). Štatistická komisia OSN na svojom 46. zasadnutí v marci 2015 vytvorila Medzinárodnú expertnú skupinu pre indikátory udržateľného rozvoja (IAEG-SDG), ktorá je zložená z vybraných členských štátov OSN a regionálnych a medzinárodných agentúr. Úlohou IAEG-SDG bolo vyvinúť a implementovať globálny rámec indikátorov pre ciele Agendy 2030, pomocou ktorého sa bude merať pokrok v dosahovaní cieľov Agendy 2030. Globálny indikátorový rámec prijalo Valné zhromaždenie v roku 2017 a je obsiahnutý v rezolúcii Valného zhromaždenia o činnosti štatistickej komisie týkajúcej sa Agendy 2030 pre udržateľný rozvoj ([A/RES/71/313](#)). V súčasnosti zoznam indikátorov udržateľného rozvoja (ďalej SDGs) pozostáva z 248 indikátorov, z toho je 231 jedinečných. Zoznam týchto globálnych indikátorov sa každoročne aktualizuje s dvoma zmenami komplexného preskúmania, pričom prvé komplexné preskúmanie sa vykonalo v roku 2020. V súčasnosti prebieha druhé a posledné komplexné preskúmanie, výsledky ktorého budú zverejnené na 56. zasadnutí štatistickej komisie OSN v marci 2025. Štatistický úrad Slovenskej republiky (ŠÚ SR) sa zapojil do komplexného preskúmania indikátorov tak v roku 2020, ako aj preskúmania indikátorov na rok 2025. V komplexnom preskúmaní sa posudzujú všetky indikátory a podľa presne stanovených kritérií sú možné štyri varianty zmien. Indikátor sa:

- vypustí,
- nahradí,
- upraví alebo vymení za iný cieľ, ak ho nesleduje dostatočne,
- pridá sa nový – dodatočný.

Každý cieľ je graficky charakterizovaný ikonkou v predpísanej farbe, ktorú nie je možné meniť, a všeobecným logom (obrázok č. 1).

Agenda 2030 nie je právne záväzná, avšak ciele udržateľného rozvoja sú pevne zakotvené v európskych zmluvách, sú začlenené do kľúčových prierezových projektov, sektorových politík a iniciatív. Z tohto dôvodu sa Európska únia (EÚ) v spolupráci s členskými štátmi zaviazala podporovať implementáciu Agendy 2030 a usilovať sa o udržateľnú budúcnosť pre všetkých. Európska komisia načrtla svoj strategický prístup k implementácii Agendy 2030 vrátane cieľov udržateľného rozvoja v dokumente [Ďalšie kroky smerom k udržateľnej budúcnosti Európy](#) v novembri 2016.

Štatistický úrad EÚ (Eurostat) pravidelne monitoruje pokrok pri napĺňaní cieľov udržateľného rozvoja v kontexte EÚ. Nato slúži súbor indikátorov EÚ, ktorý podlieha každoročným revíziám. K revidovaným indikátorom zo zoznamu sú oslovení na vyjadrenie gestori príslušných indikátorov na úrovni ŠÚ SR. [Zoznam EÚ SDG indikátorov](#) pre rok 2024 obsahuje 102 indikátorov, ktoré sú rozdelené do 17 cieľov udržateľného rozvoja. Každý cieľ má 6 indikátorov, ktoré sú mu výlučne priradené.

Z nich je 34 indikátorov viacúčelových, čo znamená, že sa používajú na sledovanie viac ako jedného SDG a 68 indikátorov je totožných so zoznamom globálnych indikátorov (OSN SDG).

**Obrázok č. 1: Farebné ikonky pre jednotlivé ciele**



**Zdroj:** <https://agenda2030.statistics.sk/Agenda2030/indikatory-globalna-uroven/>

## 2. IMPLEMENTÁCIA AGENDY 2030 V PODMIENKACH SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Slovenská republika sa k implementácii Agendy 2030 prihlásila v dokumente schválenom uznesením vlády SR č. [95/2016](#) z 2. marca 2016 pod názvom [Východiská implementácie Agendy 2030 pre udržateľný rozvoj](#). Zodpovednosť za jej implementáciu je v súčasnosti rozdelená medzi Úrad podpredsedu vlády SR, ktorý zodpovedá za vnútroštátnu koordináciu a implementáciu priorít a cieľov udržateľného rozvoja a Ministerstvo zahraničných vecí a európskych záležitostí SR, ktoré zodpovedá za koordináciu zahraničných aktivít, medzinárodnú spoluprácu a rozvojovú pomoc. Súčasťou implementácie cieľov udržateľného rozvoja je aj stanovenie súboru hodnotiacich indikátorov a mechanizmu pravidelného monitorovania a informovania o dosahovaných výsledkoch. Na tento účel a zber dát sa v dokumente uvádza odporúčanie využiť kapacity ŠÚ SR, ako i ďalšie už existujúce monitorovacie systémy jednotlivých ministerstiev pre špecifické oblasti ich agendy. ŠÚ SR by v tejto súvislosti mal vychádzať zo záverov práce Štatistickej komisie OSN a úzko spolupracovať so Štatistickým úradom EÚ (Východiská implementácie Agendy 2030 pre udržateľný rozvoj, uznesenie vlády SR č. 95/2016, p. 8).

ŠÚ SR na poskytnutie údajov k indikátorom oslovujú organizácie OSN (FAO, IBAT, ILO, OECD, UNAIDS, UNCTAD, UNDP, UNEP, UNESCO, UN-HABITAT, UNHR, UNICEF, UNIDO, UNITAR, UNODC, UN-WATER, UNWOMEN, UNWTO, WHO).<sup>1</sup>

<sup>1</sup> FAO – Food and Agriculture Organization; IBAT – Integrated Biodiversity Assessment Tool; ILO – International Labour Organization; OECD – Organisation for Economic Co-operation and Development; UNAIDS – United Nations Programme on HIV/AIDS; UNCTAD – United Nations Conference on Trade and Development; UNDP – United Nations Development Programme; UNEP – United Nations Environment Programme; UNESCO – United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization; UN-HABITAT – United Nations Human Settlements Programme; UNHR – United Nations High



Údaje sa poskytujú buď z vlastných zdrojov alebo v spolupráci s rezortmi. Databáza OSN SDG obsahuje údaje, ktoré poskytlo Slovensko za 79 indikátorov. K 30 indikátorom sa údaje odhadujú, 20 je pre Slovensko nerelevantných a k 55 indikátorom nie sú údaje. Tieto indikátory sú predmetom ďalšieho preskúmania.

Ďalším dokumentom, ktorý predstavuje víziu, ako Slovensko môže prispieť svojou zahraničnou angažovanosťou k naplneniu cieľov udržateľného rozvoja v globálnom meradle, je dokument [Koncepcia implementácie Agendy 2030 v medzinárodnom prostredí](#), schválený uznesením vlády SR č. 5/2017 z 11. januára 2017.

ŠÚ SR dostal uznesením vlády SR č. 350/2017 z 24. júla 2017 k [Návrhu postupu vnútroštátnej implementácie Agendy 2030](#) za úlohu vypracovať zoznam indikátorov k národným prioritám implementácie Agendy 2030 a spolupracovať na monitorovaní týchto indikátorov. [Návrh národných priorit implementácie Agendy 2030](#) bol však schválený až uznesením vlády SR č. [273/2018](#) z 13. júna 2018 a termín na vypracovanie zoznamu indikátorov k národným prioritám bol predĺžený z dátumu do 31. mája 2018 na dátum do 30. apríla 2019. Národné priority implementácie Agendy 2030 boli určené v participatívnom procese, rešpektujúc princípy a hodnoty otvoreného vládnutia. Slovensko integrovalo 17 cieľov udržateľného rozvoja do šiestich národných priorit Agendy 2030 (obrázok č. 2):

**Obrázok č. 2: Ciele Agendy 2030 integrované do šiestich národných priorit**

Národné priority	Vzdelanie pre dôstojný život	Ciele Agendy 2030	4 KVALITNÉ VZDELANIE	8 DOSTUPNÁ PRÁCA A EKONOMICKÝ RAST	10 MENEJ NEROVNOSTÍ		
	Smerovanie k znalostnej a environmentálne udržateľnej ekonomike pri demografických zmenách a meniacom sa globálnom prostredí		7 DOSTUPNÉ A ČISTÉ ENERGIE	8 DOSTUPNÁ PRÁCA A EKONOMICKÝ RAST	9 PRÍEMSEL, INOVÁCIE A INFRAŠTRUKTÚRA	10 MENEJ NEROVNOSTÍ	12 ZODPOVEDNÁ VÝROBA A SPOTREBA
	Znižovanie chudoby a sociálna inklúzia		1 KONIEC CHUDOBY	2 KONIEC HLADU	10 MENEJ NEROVNOSTÍ		
	Udržateľné sídla, regióny a krajina v kontexte zmeny klímy		6 PÍTNÁ VODA, KANALIZÁCIA	7 DOSTUPNÉ A ČISTÉ ENERGIE	11 UDRŽATEĽNÉ MESTA A OBLASTI	13 KLIMATICKÉ ZMENY	15 ŽIVOT NA SOBE
	Právny štát, demokracia a bezpečnosť		5 ROVNOSŤ MUŽOV A ŽEN	16 MIER, SPRÁVODLIVOSŤ A SILNÉ INŠTITÚCIE			
	Dobré zdravie		2 KONIEC HLADU	3 ZDRAVIE A KVALITNÝ ŽIVOT			

**Zdroj: Návrh národných priorit implementácie Agendy 2030, Úrad podpredsedu vlády Slovenskej republiky pre investície a informatizáciu**

Horizontálny aj vertikálny prístup a súčasne Národnú stratégiu regionálneho rozvoja predstavuje [Vízia a stratégia rozvoja Slovenska do roku 2030 – dlhodobá stratégia](#)

Commissioner for Refugees; UNICEF – United Nations International Children’s Emergency Fund; UNIDO – United Nations Industrial Development Organization; UNITAR – United Nations Institute for Training and Research; UNODC – United Nations Office on Drugs and Crime; UN-WATER – United Nation Water; UNWOMEN – United Nations Entity for Gender Equality and the Empowerment of Women; UNWTO – United Nations World Tourism Organization; WHO – World Health Organization

[udržateľného rozvoja SR – Slovensko 2030](#) schválená uznesením vlády SR č. [41/2021](#) z 20. januára 2021. Dokument sa považuje za výkonný dokument cieľov udržateľného rozvoja na Slovensku – základný implementačný dokument na implementáciu národných priorít Agendy 2030 OSN pre udržateľný rozvoj v Slovenskej republike. Mandát na vypracovanie tohto dokumentu dostalo Ministerstvo investícií, regionálneho rozvoja a informácií SR (MIRRI SR). Dokument definuje priority a ciele rozvoja Slovenska v troch integrovaných rozvojových programoch, ktoré pokrývajú kľúčové oblasti rozvoja: ochranu a rozvoj zdrojov, ich udržateľné využívanie a komunitný rozvoj. Tieto programy sú vnímané ako prierezové, integrujúce problematiku rôznych rezortov a rôznych úrovní štátnej správy a samosprávy. Reagujú na hlavné výzvy nielen na národnej úrovni, ale zohľadňujú aj špecifiká slovenských regiónov.

Vnútroštruktúru jednotlivých integrovaných rozvojových programov tvoria:

- cieľ,
- kľúčové zmeny,
- súčasná situácia,
- opatrenia na zlepšenie súčasnej situácie.

Súčasťou správy je 82 indikátorov, ktoré slúžia len ako ponukový list nakoľko nie sú definované strategické ciele k jednotlivým národným prioritám. Definovanie strategických cieľov nespadá do kompetencie Štatistického úradu SR (Slovensko 2030, p. 43).

### 3. MONITOROVACIE SPRÁVY

Ministerstvo investícií, regionálneho rozvoja a informácií vypracovalo prvú [Správu o dosiahnutých výsledkoch v národných prioritách implementácie Agendy 2030](#), ktorá bola schválená uznesením vlády SR č. [576/2020](#) z 23. septembra 2020. Správa bola vypracovaná použitím indikátorov EÚ SDG.

Cieľom správy bolo poskytnúť informácie o výsledkoch dosiahnutých v národných prioritách implementácie Agendy 2030 od dátumu ich prijatia v júli 2018 do apríla 2020. Správa obsahuje aj informácie o implementácii Agendy 2030 Slovenskou republikou v medzinárodnom kontexte.

Správa konštatuje, že Slovensko dosahuje:

- Dobré výsledky dosahuje Slovensko v národnej prioritě *Znižovanie chudoby a sociálna inklúzia*, a to napriek tomu, že viaceré skupiny obyvateľstva stále čelia riziku sociálneho vylúčenia.
- Výzvy pretrvávajú v národných prioritách *Smerovanie k znalostnej a environmentálnej udržateľnej ekonomike pri demografických zmenách a meniacom sa globálnom prostredí* a *Vzdelanie pre dôstojný život*.
- Významným výzvam čelia národné priority *Udržateľné sídla, regióny a krajina v kontexte zmeny klímy; Právny štát, demokracia a bezpečnosť* a *Dobré zdravie* (Správa o dosiahnutých výsledkoch v národných prioritách implementácie Agendy 2030, p. 6).











[Druhá monitorovacia správa o dosiahnutých výsledkoch v národných prioritách implementácie Agendy 2030](#) bola schválená uznesením vlády č. [410/2022](#) z 22. júna 2022 a je založená na súbore 212 OSN SDG indikátorov zo 16 cieľov SDGs. (Cieľ 14: Život vo vode nebol hodnotený, pretože sa Slovenska ako vnútrozemskej krajiny život v mori netýka.) Správa obsahuje aj príspevky Ministerstva zahraničných vecí



a európskych záležitostí a Ministerstva životného prostredia. Správu vypracoval ŠÚ SR v spolupráci s MIRRI SR a ostatnými rezortmi.

Na posúdenie vývoja indikátorov a ich grafické znázornenie sa použila metodika OSN z technickej prílohy k dokumentu [Progress charts](#). Na posúdenie trendu sa použil východiskový rok – prvý dostupný rok použitý v grafe, resp. v tabuľke a najnovší údaj. Najnovšie dostupné údaje pre väčšinu indikátorov boli z rokov 2018 až 2019; v prípade niekoľkých indikátorov údaje siahali do rokov 2015 a 2016. Väčšina údajov použitých v správe bola zostavená pred pandémiou COVID-19, preto neodráža jej skutočný vplyv. Pokiaľ bola v grafe pokroku uvedená cieľová hodnota, použila sa pri výpočte trendu pokroku. Pri niektorých cieľoch boli cieľové hodnoty odvodené priamo z názvov cieľov SDG. Trendy indikátorov sú reprezentované štyrmi rôznymi farbami semaforu. Farebné trendy a vyhodnotenie monitorovaných indikátorov sú zobrazené v tabuľke č. 1. (Druhá monitorovacia správa o dosiahnutých výsledkoch v národných prioritách implementácie Agendy 2030, p. 22).

**Tabuľka č. 1: Farebné trendy a vyhodnotenie monitorovaných indikátorov**

Farba	Trend	Označenie	Počet
	Značný pokrok/na dobrej ceste		98
	Primeraný pokrok, je však potrebné zrýchlenie		10
	Obmedzený alebo žiadny pokrok		41
	Zhoršenie		17
	Nevyhodnocované pre nedostatok informácií, krátky časový rad alebo neaplikovateľné		46

**Zdroj:** Druhá správa o dosiahnutých výsledkoch v národných prioritách implementácie Agendy 2030, ŠÚ SR v spolupráci s MIRRI SR a ostatnými rezortmi

#### 4. DOBROVOLNÉ NÁRODNÉ SPRÁVY

Krajiny majú možnosť prezentovať svoju prácu a dosiahnuté výsledky v Agende 2030 na pôde OSN na Politickom fóre na vysokej úrovni (High Level Political Forum) formou *Dobrovoľnej národnej správy (Voluntary National Report)*. Slovensko túto možnosť využilo v roku [2018](#) a v roku [2023](#). V júli 2018 Slovensko formou prvého dobrovoľného príspevku predstavilo svoj súbor šiestich národných priorit pre implementáciu Agendy 2030. Dobrovoľný národný prehľad Slovenska obsahoval opis hlavných výziev, ktorým krajina čelila v súvislosti s každou z priorit.

V roku 2023 bol základ správy tvorený z Druhej monitorovacej správy o plnení Agendy 2030, Vízie a stratégie rozvoja Slovenskej republiky 2030 a boli použité odporúčania OECD o koherencii politík pre udržateľný rozvoj ako vodiaceho rámca.

Na pôde OSN bola súčasne predstavená aj publikácia [The Slovak Republic and the Sustainable Development Goals of the 2030 Agenda](#), ktorá vznikla na podnet MIRRI SR z dôvodu ďalšej prezentácie Slovenska. Publikácia vznikla prekladom pôvodnej publikácie [Slovenská republika a ciele udržateľného rozvoja Agendy 2030](#) vytvorenej na základe výsledkov Druhej monitorovacej správy o plnení Agendy 2030. Publikácia

predstavuje výber hodnotenia indikátorov s cieľom zvýšiť záujem o plnenie cieľov Agendy 2030.

## 5. ZÁVER

ŠÚ SR svoju prácu s Agendou 2030 prezentuje aj formou samostatnej webovej stránky <https://agenda2030.statistics.sk/Agenda2030/>, ktorú pravidelne aktualizuje. Stránka obsahuje informácie o všetkých uzneseniach, vydaných publikáciách, linky na databázu OSN SDGs aj EU SDGs, a, samozrejme aj na DATAcube. V súčasnosti sú v DATAcube dostupné údaje za 26 indikátorov, na ich rozšírení sa intenzívne pracuje. Agenda 2030 nie je právne záväzná, napriek tomu ju akceptujú všetky štáty. Platí pre všetkých, s ohľadom na rozdielne reálie, kapacity, úrovne jednotlivých štátov, rešpektuje národné politiky a priority. Nezaväzuje štáty ku konkrétnym riešeniam, pretože situácie a okolnosti v štátoch na celom svete sú rôzne. Každý štát si vyberie, na čo sa chce vo svojich podmienkach sústrediť, aké má priority – pre niekoho to môže byť prístup k vode, pre iného vzdelávanie, pre ďalšieho inteligentné mestá, preto má Agenda 2030 bezprecedentný rozsah a význam.

V článku sú uvedené odkazy/prepojenia na viacero ďalších súvisiacich dokumentov a materiálov, ktoré môžu priniesť podrobnejší a komplexnejší obraz o Agende 2030 na Slovensku.

## LITERATÚRA

*Druhá monitorovacia správa o dosiahnutých výsledkoch v národných prioritách implementácie Agendy 2030.* (2022).

[https://agenda2030.statistics.sk/Agenda2030/wp-content/uploads/2022/11/Druha\\_sprava\\_o\\_dosiahnutych\\_vysledkoch\\_v\\_NP\\_implementatione\\_A2030-1.pdf](https://agenda2030.statistics.sk/Agenda2030/wp-content/uploads/2022/11/Druha_sprava_o_dosiahnutych_vysledkoch_v_NP_implementatione_A2030-1.pdf)

*Správa o dosiahnutých výsledkoch v národných prioritách implementácie Agendy 2030.* (2020).

[https://agenda2030.statistics.sk/Agenda2030/wp-content/uploads/2021/03/Sprava\\_o\\_dosiahnutych\\_vysledkoch\\_v\\_narodnych\\_prioritach.pdf](https://agenda2030.statistics.sk/Agenda2030/wp-content/uploads/2021/03/Sprava_o_dosiahnutych_vysledkoch_v_narodnych_prioritach.pdf)

*Vízia a stratégia rozvoja Slovenska do roku 2030 – dlhodobá stratégia udržateľného rozvoja SR – Slovensko 2030.* (2021).

[https://agenda2030.statistics.sk/Agenda2030/wp-content/uploads/2021/04/Vizia\\_a\\_strategia\\_Slovenska\\_-do-\\_roku\\_2030.pdf](https://agenda2030.statistics.sk/Agenda2030/wp-content/uploads/2021/04/Vizia_a_strategia_Slovenska_-do-_roku_2030.pdf)

*Východiská implementácie Agendy 2030 pre udržateľný rozvoj.* (2016).

[https://agenda2030.statistics.sk/Agenda2030/wp-content/uploads/2020/02/vlastnymat\\_UV\\_95-2016.doc](https://agenda2030.statistics.sk/Agenda2030/wp-content/uploads/2020/02/vlastnymat_UV_95-2016.doc)

**Ing. Iveta FRIČOVÁ**

*Autorka pracuje v odbore životnej úrovne obyvateľstva Štatistického úradu SR. Problematike Agendy 2030 sa venuje od roku 2019.*

## Informácia/Information

### ĎALŠÍ ROČNÍK ÚSPEŠNEJ KONFERENCIE AMSE, TENTOKRÁT V POLSKEJ WROCLAWI

### ANOTHER YEAR OF THE SUCCESSFUL AMSE CONFERENCE, THIS TIME IN POLISH WROCLAW

Konferencia **AMSE 2024 (Applications of Mathematics and Statistics in Economics 2024)** zaznamenala už dvadsiaty šiesty ročník svojej organizácie. Síce dvadsaťšesť ako výročné číslo nevytvára dojem významného jubilea, konferencia mala distingvovaný priebeh a pri priateľskej atmosfére ponúkla účastníkom možnosť rozmanitých vedeckých, odborných a osobných interakcií. Tento ročník sa konal v Pawłowiciach, ktoré sú malebnou periférnou súčasťou historického poľského mesta Wrocław (Wrocław), v minulosti známeho ako Vratislav. Konferenciu AMSE v roku 2024 organizovala pod vedením Joanny Dębickiej a Beaty Zmysłonej Katedra štatistiky Fakulty manažmentu, počítačových vied a financií Ekonomickej univerzity vo Vroclave. Na jej vedeckej garancii sa podieľali nielen zamestnanci organizujúcej inštitúcie (Walenty Ostasiewicz, Joanna Dębicka, Beata Zmysłona), ale aj vedecké osobnosti z Ekonomickej fakulty Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici na Slovensku (Rudolf Zimka, Emília Zimková, Martin Boďa) či Fakulty informatiky a štatistiky Vysoké školy ekonomickej v Prahe v Českej republike (Richard Hindls, Stanislava Hronová, Kristýna Vltavská).

Konferencia sa konala od stredy 28. augusta 2024 do nedele 1. septembra 2024. Konferenčný program kopíroval konvenčný formát. Počas pracovnej časti konferencie, ktoré prebiehali vo štvrtok 29. augusta 2024 a piatkové doobedie 30. augusta 2024, sa konali dve plenárne prednášky, štyri riadne sekcie a jedna plagátová (posterová) sekcia. Piatkové poobedie a celá sobota mali výletný ráz a boli venované neformálnym aktivitám.

Na konferenciu AMSE bolo prihlásených viac ako tridsať aktívnych či pasívnych účastníkov zo Slovenska, Poľska a Českej republiky. Okrem dvoch plenárnych prednášok bolo prezentovaných 15 článkov formou aktívnych vystúpení a 5 prác formou plagátov (posterov). Konferenciu podporili svojou účasťou reprezentanti oficiálnej štatistiky v Českej republike a na Slovensku a aj reprezentant štatistickej obce na Slovensku. Na konferencii takto vystúpil s plenárnou prednáškou *Macroeconomic statistics standards implication in measuring the economy* predseda Českého štatistického úradu Marek Rojíček, k vedeckému programu prispeli podpredsedníčka Štatistického úradu Slovenskej republiky Ľudmila Ivančíková vystúpením v spoluautorstve *Active ageing in Slovak regions* a vedecký tajomník Slovenskej štatistickej a demografickej spoločnosti Martin Boďa príspevkom v spoluautorstve *Gender-specific Okun's law – disaggregation perspective*. Generálna riaditeľka sekcie všeobecnej metodiky, registrov a koordinácie národného štatistického systému Štatistického úradu Slovenskej republiky Helena Glaser-Opitzová a predsedníčka Slovenskej štatistickej a demografickej spoločnosti Iveta Stankovičová podporili konferenciu svojou účasťou.

Problémom konferencie, ktorý je pociťovaný na úrovni vedeckého výboru, je vysoká diverzita tém, ktorými prispievajú jej účastníci. Konferencia AMSE bola vždy

širokospektrálne zamerané s piatimi hlavnými tematickými okruhmi, ktorými postupne sú: 1. makroekonómia, verejná ekonómia a metodologické otázky ekonómie, 2. sociálna ekonómia, hospodárska udržateľnosť a demografická ekonómia, 3. mikroekonomické záležitosti, 4. finančné trhy, meranie rizika, poisťovníctvo, 5. multidimenzionálna štatistika. Dokonca niekoľko rokov na konferencii odznievali aj historické témy zamerané na formovanie štatistiky v českých krajinách. Vedecký výbor dlhodobo bojoval so zabezpečením kvalitnej diskusie a spätnej väzby na prezentované práce. Žiaľ, nehomogénnosť tém sa prejavila aj v tomto ročníku. Plenárne prednášky boli venované otázkam oficiálneho štatistického výkazníctva a nasledovali tematicky fragmentované sekcie: mikroekonómia a finančné záležitosti (sekcia I), dôchodkový systém a problémy so starnutím (sekcia II), aplikácia štatistických metód a história štatistiky (sekcia III), plagátová (posterová) sekcia, demografické a sociálne záležitosti (sekcia IV). Necelistvosť oficiálneho programu však bola kompenzovaná bohatými a plodnými diskusiami počas konferenčných večerí alebo výletných podujatí. Tieto boli tento rok zamerané na spoznanie centra Wrocławu (piatok 30. augusta 2024) alebo okolia Trzebnice a jej Mačacích hôr (Kocie Góry). Účastníci AMSE 2024 mali možnosť spoznať najmä sakrálne stavby Wrocławu alebo zrelaxovať pri ľahkých turistických prechádzkach sprevádzaných nielen profesionálnym výkladom, ale aj stimulatívnymi debatami.

Náhľad na atmosféru konferencie poskytujú dve fotografie z sekcie II venovanej problematike udržateľnosti dôchodkového systému a celej spoločnosti.



**Zdroj: účastníci konferencie**

Konferencia AMSE začala nenápadne v roku 1998 v Liptovskom Trnovci ako stretnutie slovenských a českých učiteľov matematiky a štatistiky etablovaných v oblasti ekonómie, ktorí mali vnútornú potrebu sa ďalej posunúť. V priebehu ďalších rokov počet účastníkov rástol a presadil sa rotačný princíp organizácie. AMSE 2023 takto organizovala Ekonomická fakulta Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici a budúci ročník AMSE 2025 už bude organizovať Fakulta informatiky a štatistiky Vysokej školy ekonomickej v Prahe. Celkovo sa doteraz konala konferencia AMSE celkovo desaťkrát na Slovensku, osemkrát v Českej republike a osemkrát v Poľsku, vrátane jedného ročníka, ktorý sa konal v pandemickom období v online formáte. Konferencia sa medzi rokmi 1998 až 2024 neuskutočnila iba raz následkom pandemických reštrikcií.

Aj tento rok bola konferencia vedecky aj ľudsky vydareným podujatím, ktoré hostilo príslušníkov viacerých generácií od zakladajúcich členov až po mladých tvorivých pracovníkov. Konferencia vytvorila platformu na disemináciu vedeckých poznatkov a poskytla účastníkom námety na riešenie teoretických a praktických problémov ekonómie rigoróznymi metódami matematiky a štatistiky. Budúci ročník sa uskutoční v Hradci Králové v termíne od 27. augusta 2025 do 31. augusta 2025 a jeho organizátorom bude Fakulta štatistiky a informatiky Vysokiej školy ekonomickej v Prahe.

**doc. PhDr. Ing. Martin BOĎA, PhD.**

*Autor je vedeckým tajomníkom a podpredsedom pre medzinárodné vzťahy Slovenskej štatistickej a demografickej spoločnosti a akademickým pracovníkom na Katedre kvantitatívnych metód a informačných systémov Ekonomickej fakulty Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici*



## Informácia/Information

### KONFERENCIA ROBUST 2024

### ROBUST 2024 CONFERENCE

Dňa 8. septembra 2024 bola v Bardejove slávnostne zahájená **23. letná škola** Jednoty českých matematikov a fyzikov (JČMF) **ROBUST 2024**. Séria letných a zimných škôl ROBUST je organizovaná skupinou pre výpočtovú štatistiku pri Českej matematickej spoločnosti (ČMS) JČMF každý druhý rok od roku 1980. Tento ročník sa uskutočnil v dňoch 8. 9. – 13. 9. 2024 v bardejovskom hoteli Šariš. Medzi spoluorganizátorov tentokrát patrili aj Česká statistická spoločnosť a Slovenská štatistická a demografická spoločnosť (SŠDS).

Letná škola ROBUST 2024 (<https://www.statspol.cz/konference/robust/>) bola tentoraz prepojená s medzinárodným workshopom AMISTAT 2024 – Analytical Method in Statistics (<https://amistat.fp.tul.cz/>).

ROBUST 2024 bol venovaný súčasným trendom štatistiky, pravdepodobnosti, finančnej matematiky, optimalizácie a analýzy dát. Veľká pozornosť sa venovala aj problematike výuky našich kvantitatívnych odborov v dobe internetu a existencie voľného prístupu k nástrojom typu Wikipédia, Google Search či Scholar, ChatGPT, systém R, apod. Tieto nástroje často bohužiaľ vedú k mylnej predstave (nielen študentov), že si riešenie jednoducho a bezbolestne „vygooglime“, spočítame, či to niekto „vyrieši za nás“.



*Pohľad do prednáškovej sály: prof. J. Antoch a prof. J. Jurečková. Zdroj fotografie: autori článku*

Ponuku na prednesenie pozvaných prednášok v trvaní 60 minút v rámci ROBUST 2024 prijali (abecedne):

- Dušan Klein (Univerzita Pavla Jozefa Šafárika, Košice): Testovanie kovariačnej štruktúry v mnohorozmernom lineárnom modeli;
- David Kraus (Masarykova univerzita, Brno): Analýza funkcionálnych dát a cenzorovanie;
- Tomáš Mrkvička (Jihočeská univerzita, České Budějovice): Intervaly spoľahlivosti pre mieru falošných objavov pri viacnásobnom testovaní (False discovery rate)

envelopes);

- Michal Pešta, (Univerzita Karlova, Praha): Zmena intenzity a pásma bootstrapu (Changing intensities and band bootstrap);
- Samuel Rosa (Univerzita Komenského, Bratislava): Optimálny dizajn, grafy a siete.

Mimo pozvaných prednášok zazneli aj kratšie prezentácie účastníkov (cca 20 minút) a bola pripravená aj posterová sekcia doktorandov a študentov. Postery boli umiestnené v prednáškovej miestnosti a boli zahrnuté do súťaže. Na záver konferencie boli vyhlásené výsledky súťaže doktorandov a študentov z prezentačnej aj posterovej formy.

Odborná komisia v zložení J. Antoch (predseda), D. Kraus, T. Mrkvička, S. Nagy a S. Rosa vyhodnotila vystúpenia študentov a doktorandov, ktorí aktívne vystúpili s príspevkom v rámci odborného programu. Keďže účastníkmi boli študenti s menšími, ako aj s väčšími vedeckými skúsenosťami, komisia sa rozhodla hodnotiť ich vystúpenia osobitne. Nakoniec boli udelené ocenenia nasledujúcim študentom a študentkám (abecedne a bez titulov):

1. Práce založené na výsledkoch doktorandskej práce:
  - Iva Karafiátová, Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita Karlova Praha,
  - Markéta Makarová, Masarykova univerzita Brno,
  - Pál Somogyi, Univerzita Komenského Bratislava,
  - Ján Veselý, Univerzita Komenského Bratislava.
2. Práce založené na výsledkoch diplomovej práce:
  - Tomáš Chupáň, Univerzita Palackého Olomouc,
  - Tomáš Pompa, Masarykova univerzita Brno,
  - Martin Romaňák, Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita Karlova Praha.
3. Práce založené na výsledkoch bakalárskej práce:
  - Eliška Hálová, Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita Karlova Praha,
  - Roman Králik, Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita Karlova Praha.

Každý z ocenených študentov dostal 6 250 CZK. Celková výška udelených cien bola 56 250 CZK, z toho 25 000 CZK poskytla nadácia RSJ Securities, a.s., a 31 250 CZK poskytla ČMS JČMF.

Na podujatí v Bardejove sa zúčastnilo takmer 90 účastníkov z Českej republiky, Slovenska, Belgicka, Francúzska, Kanady, Nemecka, Nigérie, Rakúska, Švédska, USA a Spojeného kráľovstva. ROBUST 2024 bol spojený s konferenciou AMISTAT 2024, takže účastníci oboch akcií mohli navštevovať prednášky podľa vlastného výberu. Celkovo bolo prednesených 78 prednášok (rokovacími jazykmi boli angličtina, čeština a slovenčina), z toho 28 pripravili študenti a doktorandi. Odborný program a abstrakty prednášok sú dostupné online:

- program: <https://www.karlin.mff.cuni.cz/~antoch/robust24/program.pdf>,
- abstrakty ROBUST 2024: <https://www.karlin.mff.cuni.cz/~antoch/robust24/abstrakty.pdf>,
- abstrakty AMISTAT 2024: <https://www.karlin.mff.cuni.cz/~antoch/robust24/abstraktyAmi24.pdf>.

Medzi najvzácnejších účastníkov patrilo prof. Roger Koenker z Univerzity of Illinois, Urbana Champaign a Univerzity College London, ktorý veľa diskutoval so študentmi a účastníkmi počas celého podujatia.

V rámci spoločenského programu niektorých účastníkov konferencie prijali predstavitelia mesta v historickej radnici Bardejova. Viceprimátorka Bardejova Eva Hudáková srdečne privítala hostí a zaželala im príjemný pobyt v tomto historickom meste a úspešné rokovanie. Na záver boli účastníci obdarovaní knihou s farebnými fotografiami Bardejova.

V stredu 11. 9. 2024 popoludní organizačný výbor zorganizoval pre účastníkov autobusový výlet do okolia Bardejova. Navštívili sme Duklu – pamätník česko-slovenského armádneho zboru a Údole smrti – prírodné múzeum s vojenskou technikou z obdobia Karpatsko-duklianskej operácie počas 2. svetovej vojny (25. 10. – 27. 10. 1944). Pozreli sme si aj tri drevené kostolíky v okolí Bardejova a Svidníka, konkrétne v obciach Jedlinka, Ladomirová a Bodružal. Kostolíky patria medzi významné kultúrne pamiatky chránené UNESCO-m. Účastníci boli veľmi spokojní s výletom, na ktorom mohli spoznávať a obdivovať slovenskú prírodu, pamätihodnosti a ľudí. Každý večer sa v priestoroch konferenčnej sály konali spoločné posedenia s panelovými diskusiami na odborné témy, ale aj pesničkami pri gitarách, na ktoré hrali niektorí z účastníkov.

Vystúpenia z konferencie vo forme článkov budú publikované v dvoch časopisoch: v českom časopise Statistika: Statistics and Economy Journal (vydáva ho Český statistický úřad) a v slovenskom časopise Slovenská štatistika a demografia (vydáva ho Štatistický úrad SR a SŠDS).

**doc. Ing. Iveta STANKOVIČOVÁ, PhD.**  
*predsedníčka SŠDS a členka organizačného výboru ROBUST 2024*

**prof. RNDr. Jaromír ANTOCH, CSc.**  
*predseda organizačného výboru ROBUST 2024*



**PRIPRAVUJEME/COMING SOON**

**Zuzana ŠTOFANÍKOVÁ, Kristián KALAMEN, František POLLÁK**  
THE IMPACT OF REPUTATION METRICS ON CORPORATE REVENUES  
VPLYV UKAZOVATEĽOV REPUTÁCIE NA PODNIKOVÉ PRÍJMY

**Roman PAVELKA**  
MODELOVÁNÍ EFEKTŮ A JEJICH VISUALIZACE V PROSTŘEDÍ SYSTÉMU SAS  
MODELLING OF EFFECTS AND THEIR VISUALISATION IN THE SAS SYSTEM  
ENVIRONMENT

\* \* \*

**ONLINE VERZIA ČÍSLA 1/2025 SLOVENSKEJ ŠTATISTIKY A DEMOGRAFIE JE  
VEREJNE DOSTUPNÁ** na internetovej stránke [slovak.statistics.sk](http://slovak.statistics.sk) a [ssad.statistics.sk](http://ssad.statistics.sk)  
od 15. JANUÁRA 2025.

**THE ONLINE VERSION OF THE JOURNAL SLOVAK STATISTICS AND  
DEMOGRAPHY No 1 (2025) IS PUBLICLY BE AVAILABLE** at the website  
[slovak.statistics.sk](http://slovak.statistics.sk) and [ssad.statistics.sk](http://ssad.statistics.sk) from **JANUARY 15, 2025.**



## INFORMÁCIE PRE PRISPIEVATEĽOV

Príspevky prijímame v slovenskom, v českom a v anglickom jazyku. Musia rešpektovať odborné zameranie časopisu a jeho vedecký charakter. Zaslaný príspevok nesmie byť v recenznom konaní v inom časopise, ani uverejnený v odbornej a inej tlači.

Príspevky zasielajte v elektronickej forme vo formáte MS Word alebo Open Office, typ písma Arial, veľkosť 12, riadkovanie 1. Nad titulkom treba uviesť meno autora a jeho pracovisko.

Súčasťou príspevku je abstrakt (základný popis cieľa a spôsobu spracovania faktov v rozsahu do 100 slov), kľúčové slová (maximálne 5), resumé (stručné zhrnutie obsahu článku s dôrazom na jeho prínos a najvýznamnejšie závery v rozsahu do 500 slov), profesijný životopis (v rozsahu do 120 slov) a kontakt (e-mailová adresa autora). Názov článku, abstrakt, kľúčové slová a resumé poskytnite autor aj v anglickom jazyku. Zoznam použitej literatúry v abecednom poradí s úplnými bibliografickými údajmi sa uvádza na konci článku. Odkazy na literatúru sa uvádzajú v texte číslami v hranatých zátvorkách. Poznámky s poradovým číslom sú umiestnené pod čiarou na príslušnej strane textu, ku ktorému sa vzťahujú. Podrobnejšie pokyny nájdete autori na [ssad.statistics.sk](http://ssad.statistics.sk).

Rozsah vedeckých článkov je okolo 15 normostrán, informatívnych článkov 6 normostrán, recenzie, rozhovory a informácie publikujeme v rozsahu maximálne 3 normostrany. Tabuľky, mapy, grafy a obrázky musia mať názov a uvedený zdroj údajov; odporúčame, aby kopírovali šírku textu. Skratky sa používajú len minimálne, pri prvom použití je potrebné skratku v zátvorke rozpísať. Redakcia zabezpečuje jazykovú úpravu textu.

Príspevky sú recenzované. Oponentské konanie je obojstranne anonymné. Konečné rozhodnutie o publikovaní článku vydáva redakčná rada.

Redakcia si vyhradzuje právo zverejniť články schválené redakčnou radou v tlačenej a elektronickej podobe na [ssad.statistics.sk](http://ssad.statistics.sk).

## INFORMATION FOR AUTHORS

Articles are accepted in Slovak, Czech and English languages and must comply with the journal's professional specialisation and scientific nature as well. The submitted articles should not be reviewed by another journal and should not have already been published in any specialised or other press.

Please submit your articles in electronic form, in MS Word or Open Office format, Arial font, size 12 and typed in single spacing. The author's name and workplace should be indicated above the title.

Articles should contain an abstract (general description of the objective and the processing methods used up to 100 words), key words (max. 5), resume (brief summary of the article's content emphasizing its contribution and the most important conclusions up to 500 words), curriculum vitae of the author (no more than 120 words) and the author's contact (e-mail address). The author should submit the article's title, abstract, key words and resume in English language. List of the literature used with full bibliographic data should be given in alphabetical order at the end of an article. Bibliographic citations should be given in square brackets. References are indicated by numbers in a text in square brackets. Footnotes should be numbered in the order of the corresponding page of a text. Authors can find more details at the website [ssad.statistics.sk](http://ssad.statistics.sk).

Scope of a scientific article is about 15 standard pages, informative articles should be up to 6 standard pages in length, reviews, discussions and information not more than 3 standard pages. Tables, maps, graphs and pictures should have a title and the data source indicated, it is also advised to copy the width of a text. Abbreviations should be used only rarely and should be appropriately explained in parentheses when first used. Language text revisions are provided by the editorial office.

Articles are reviewed. The opponent procedure is mutually anonymous. The final decision on the article's publication is made by the editorial board. The editorial office reserves the right to publish articles approved by the editorial board in printed and electronic form at the website [ssad.statistics.sk](http://ssad.statistics.sk).

Je jediný recenzovaný vedecký časopis so zameraním na prezentáciu moderných štatistických a demografických metód a postupov. Propagujeme miesto a význam slovenskej štatistiky v Európskom štatistickom systéme, spoluprácu Eurostatu a národných štatistických úradov pri harmonizácii zisťovaní a multidimenzionálny rozmer štatistiky. Podporujeme rozvoj štatistickej teórie a jej prepojenie s praxou. Naším cieľom je prispievať k využiteľnosti štatistických výstupov v rôznych oblastiach a k zvyšovaniu ich kvality a efektivity.

Publikujeme analytické články, prognózy, názory, diskusné príspevky, recenzie, rozhovory, informácie a oznamy z rôznych oblastí štatistiky (národné účty, produkčné štatistiky, sociálne štatistiky, štatistika životného prostredia a pod.) a demografie (demografická štatistika, teoreticko-metodologické východiská demografie, historická demografia a pod.), vrátane sčítania obyvateľov, domov a bytov ako neodmysliteľnej súčasť demografickej štatistiky.

**Vydáva:**

Štatistický úrad Slovenskej republiky  
Slovenská štatistická a demografická spoločnosť

**Identifikačné čísla vydavateľov:**

IČO 00166197 / 00178764

**Vychádza:**

Štyrikrát ročne

**Dátum vydania:**

15. január 2025

**Tlač:**

Reprografické stredisko  
Štatistického úradu SR

**Predplatné:**

20 € (na rok)  
5 € (za jeden výtlačok)

**Objednávky prijíma:**

Informačný servis  
Štatistického úradu SR  
Tel.: +4212/502 36 339  
+4212/502 36 335  
E-mail: [info@statistics.sk](mailto:info@statistics.sk)

Evidenčné číslo/Evidence number 272/08

is the only scientific reviewed journal focusing on the presentation of modern statistical and demographic methods and procedures. Our aim is to promote the position and importance of Slovak statistics in the European Statistical System, cooperation between the Eurostat and the national statistical offices in the field of survey harmonisation and the multidimensional character of statistics as well. We support the development of statistical theory and its connection with practice. We aim to contribute to the utility of statistical outputs in various fields and to the improvement of quality and efficiency.

We publish analytic articles, prognoses, views, discussion contributions, reviews, discussions, information and announcements from various statistical fields (national accounts, production statistics, social statistics, environmental statistics etc.) and demography (demographic statistics, theoretical and methodological bases of demography, historical demography etc.) including the population and housing census as an essential part of demographic statistics.

**Issued by:**

Statistical Office of the Slovak Republic  
Slovak Statistical and Demographic Society

**Companies registration numbers:**

00166197 / 00178764

**Published:**

Four times a year

**Date of issue:**

15<sup>th</sup> January 2025

**Press:**

Reprographic centre of the  
Statistical Office of the SR

**Subscription:**

€20 (per year)  
€5 (for one copy)

**Orders are to be addressed to:**

Information Service of the  
Statistical Office of the SR  
Tel.: +4212/502 36 339  
+4212/502 36 335  
E-mail: [info@statistics.sk](mailto:info@statistics.sk)